

(12) DEMANDE INTERNATIONALE PUBLIÉE EN VERTU DU TRAITÉ DE COOPÉRATION  
EN MATIÈRE DE BREVETS (PCT)

(19) Organisation Mondiale de la Propriété  
Intellectuelle  
Bureau international



(43) Date de la publication internationale  
12 décembre 2002 (12.12.2002)

PCT

(10) Numéro de publication internationale  
WO 02/100111 A1

(51) Classification internationale des brevets<sup>7</sup> : H04N 7/26,  
G06T 9/00, 17/20

Rennes (FR). LAURENT-CHATENET, Nathalie  
[FR/FR]; 3, rue des Fraîches, F-35690 Vignoc (FR).

(21) Numéro de la demande internationale :  
PCT/FR02/01937

(74) Mandataire : GUENE, Patrick; Le Nobel, 2, allée An-  
toine Becquerel, BP 90333, F-35703 Rennes Cedex 7 (FR).

(22) Date de dépôt international : 6 juin 2002 (06.06.2002)

(25) Langue de dépôt : français

(26) Langue de publication : français

(30) Données relatives à la priorité :  
01/07406 6 juin 2001 (06.06.2001) FR

(71) Déposant (pour tous les États désignés sauf US) :  
FRANCE TELECOM [FR/FR]; 6, Place d'Alleray,  
F-75015 Paris (FR).

(81) États désignés (national) : AE, AG, AL, AM, AT, AU, AZ,  
BA, BB, BG, BR, BY, BZ, CA, CH, CN, CO, CR, CU, CZ,  
DE, DK, DM, DZ, EC, EE, ES, FI, GB, GD, GE, GH, GM,  
HR, HU, ID, IL, IN, IS, JP, KE, KG, KP, KR, KZ, LC, LK,  
LR, LS, LT, LU, LV, MA, MD, MG, MK, MN, MW, MX,  
MZ, NO, NZ, OM, PH, PL, PT, RO, RU, SD, SE, SG, SI,  
SK, SL, TJ, TM, TN, TR, TT, TZ, UA, UG, US, UZ, VN,  
YU, ZA, ZM, ZW.

(72) Inventeurs; et

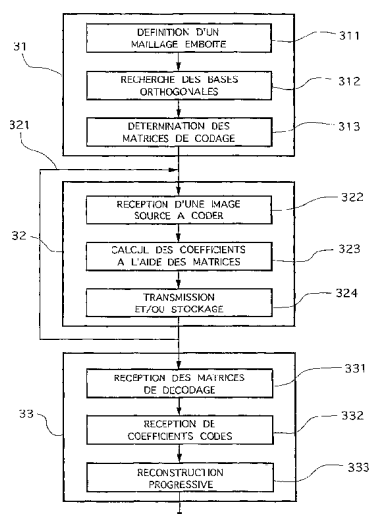
(75) Inventeurs/Déposants (pour US seulement) : DE-  
MARET, Laurent [FR/FR]; 32, rue Francis Joly, F-35000

(84) États désignés (régional) : brevet ARIPO (GH, GM, KE,  
LS, MW, MZ, SD, SL, SZ, TZ, UG, ZM, ZW), brevet  
eurasien (AM, AZ, BY, KG, KZ, MD, RU, TJ, TM), brevet  
européen (AT, BE, CH, CY, DE, DK, ES, FI, FR, GB, GR,  
IE, IT, LU, MC, NL, PT, SE, TR), brevet OAPI (BF, BJ,  
CF, CG, CI, CM, GA, GN, GQ, GW, ML, MR, NE, SN,  
TD, TG).

[Suite sur la page suivante]

(54) Title: METHODS AND DEVICES FOR ENCODING AND DECODING IMAGES USING NESTED MESHES,  
PROGRAMME, SIGNAL AND CORRESPONDING USES

(54) Titre : PROCÉDES ET DISPOSITIFS DE CODAGE ET DE DECODAGE D'IMAGES METTANT EN OEUVRE DES  
MAILLAGES EMBOÎTÉS, PROGRAMME, SIGNAL ET APPLICATIONS CORRESPONDANTES



311. DEFINING A NESTED MESHING  
312. SEARCHING FOR ORTHOGONAL BASES  
313. DETERMINING ENCODING MATRICES  
322. RECEIVING AN IMAGE SOURCE TO BE ENCODED  
323. CALCULATING COEFFICIENTS USING THE MATRICES  
324. TRANSMISSION AND/OR STORAGE  
331. RECEIVING DECODING MATRICES  
332. RECEIVING CODE COEFFICIENTS  
333. GRADUAL RECONSTRUCTION

(57) Abstract: The invention concerns a method for encoding at least a source image using a hierarchical mesh defining at least two nested spaces corresponding each to a decomposition level of said meshing, which consists, at least at a decomposition level n (except the first decomposition level), in delivering only image coefficients expressed in a base of functions defined in a space orthogonal to the space corresponding to the preceding decomposition level n-1, said functions being selected so that said image coefficients enable to optimise for said decomposition level n the data already transmitted for the preceding decomposition level n-1, so as to produce a reconstructed image, representing said source image, with optimised restoration quality for said decomposition level n.

(57) Abrégé : L'invention concerne un procédé de codage d'au moins une image source mettant en oeuvre un maillage hiérarchique définissant au moins deux espaces emboîtés, correspondant chacun à un niveau de décomposition dudit maillage, selon lequel, à au moins un niveau n de décomposition (à l'exception du premier niveau de décomposition), on délivre uniquement des coefficients d'image exprimés dans une base de fonctions définie dans un espace orthogonal à l'espace correspondant au niveau précédent n-1 de décomposition, lesdites fonctions étant choisies de façon que lesdits coefficients d'image permettent d'optimiser pour ledit niveau n de décomposition les informations déjà transmises pour le niveau précédent n-1 de décomposition, de façon à produire une image reconstruite, représentative de ladite image source, avec une qualité de restitution optimisée pour ledit niveau n de décomposition.

WO 02/100111 A1

**Publiée :**

- avec rapport de recherche internationale
- avant l'expiration du délai prévu pour la modification des revendications, sera republiée si des modifications sont reçues

*En ce qui concerne les codes à deux lettres et autres abréviations, se référer aux "Notes explicatives relatives aux codes et abréviations" figurant au début de chaque numéro ordinaire de la Gazette du PCT.*

**Procédés et dispositifs de codage et de décodage d'images mettant en œuvre des maillages emboîtés, programme, signal et application correspondantes.**

5 Le domaine de l'invention est celui du codage d'images, en vue notamment de leur transmission ou de leur stockage. Plus précisément, l'invention concerne une amélioration des techniques de codages hiérarchiques, mettant en œuvre une hiérarchie de maillages emboîtés.

L'approche des maillages emboîtés a déjà fait l'objet de nombreuses études. Elle est par exemple présentée dans [7] (par souci de lisibilité, les  
10 différents documents cités sont regroupés en annexe 3, à la fin de la présente description), dans le cas du codage d'images vidéo.

Un maillage est classiquement défini par un ensemble de sommets et de faces orientées (figure 1) définissant une topologie. De tels maillages sont par exemple utilisés en graphisme sur ordinateur, pour modéliser des objets en trois  
15 dimensions avec une complexité géométrique limitée.

L'approximation d'un maillage M consiste à trouver un maillage M' dont la complexité géométrique est moindre que celle du maillage M, et qui approche au mieux la géométrie de M.

Avantageusement, le maillage M' est constitué d'une succession de  
20 maillage emboîtés, correspondant chacun à un niveau de détail, ou niveau hiérarchique, de façon à permettre une reconstruction progressive des images et un codage simplifié.

A chaque niveau hiérarchique, les valeurs nodales du maillage sont optimisées pour minimiser l'erreur quadratique de reconstruction. Ces valeurs  
25 nodales sont ensuite quantifiées et codées. Une telle méthode permet d'atteindre des taux de compression performants et de limiter les dégradations visuelles qui correspondent plus ici à des effets de lissage, moins désagréables pour l'œil humain. Ceci est lié aux bonnes propriétés de continuité des surfaces reconstruites grâce à l'approximation par les maillages.

30 De plus ce schéma s'avère adapté à la vidéo. En effet, les maillages

triangulaires s'avèrent plus souples et efficaces pour l'estimation du mouvement.

Les inventeurs ont cependant constaté que cette technique de compression souffre d'un défaut de sous-optimalité. En effet, les bases utilisées pour chaque niveau présentent des redondances.

5           En outre, la technique des maillages emboîtés permet de reconstruire progressivement des images, tout d'abord d'un niveau grossier, puis progressivement raffiné (transmission "scalable" des images). Selon la technique classique, cette approche n'est cependant pas optimisée : en effet, la qualité obtenue à chaque niveau (à l'exception du dernier) n'est pas optimale.

10           On connaît par ailleurs des techniques de compression d'images basée sur l'exploitation des corrélations entre sous-bandes issues d'un filtrage mettant en œuvre des ondelettes. Ces techniques autorisent des taux de compression très performants [4] [5].

15           Cependant pour des applications pour lesquelles on ne dispose que d'un débit très bas, on observe pour des méthodes une dégradation visuelle non négligeable en particulier sous la forme d'effets oscillatoires le long des contours.

20           Par ailleurs les bases d'ondelettes utilisées sont construites comme produit tensoriel d'ondelettes mono-dimensionnelles. Ceci induit une limitation de la capacité à représenter certaines structures en privilégiant certaines directions. Ces défauts propres aux méthodes de codage d'images par sous-bandes ont conduit à privilégier une représentation de l'image basée sur des maillages triangulaires emboîtés.

25           Dans [1], E.Quak suggère d'utiliser simultanément les deux techniques, en associant à chaque niveau du maillage une base d'ondelettes complémentaires en donnant des conditions sur les arêtes. Il construit ainsi une base explicite de préondelettes sur un maillage triangulaire. Cette technique est destinée à la représentation et à la compression de modèles numériques de terrains en 3D.

On présente plus en détail en Annexe 1 la manière dont Quak procède.

30           L'Annexe 2 rappelle quant à elle le principe général et les grandes lignes du fonctionnement de la méthode de codage basée sur une hiérarchie de maillages

emboîtés.

Bien qu'efficace, la technique connue décrite dans cette Annexe 2 présente certaines limites.

Notamment, un inconvénient de cette méthode, telle que proposée dans  
5 [7], réside dans la non-orthogonalité des fonctions  $\varphi_i^{(p)}$  avec l'espace vectoriel  $V_{p-1}$   
engendré par les fonctions  $\varphi_i^{(p-1)}$ . Cela implique une concentration d'énergie  
moins efficace que pour les transformées utilisant des bases de transformation  
orthogonales.

De plus, cela pose un problème de cohabitation de différents niveaux de  
10 résolution. Ainsi lorsqu'un sommet se trouve à la frontière entre une zone raffinée  
et une zone non raffinée on ne peut choisir de valeur optimale pour ce sommet  
pour les deux résolutions. En effet, pour un tel sommet choisir une des valeurs  
d'un des niveaux d'optimisation ne permettra d'avoir la reconstruction optimale  
que sur la région correspondant à ce niveau de raffinement.

15 Par ailleurs cette sous-optimalité de la représentation constitue aussi un  
inconvénient dans le cadre d'un schéma de codage scalable. En effet, elle ne  
permet pas de fournir la qualité de reconstruction optimale pour des débits  
intermédiaires.

L'invention a notamment pour objectif de pallier ces inconvénients de  
20 l'état de l'art.

Plus précisément, un objectif de l'invention est de fournir une technique de  
codage d'image scalable et une technique de décodage correspondant permettant  
d'obtenir une qualité de reconstruction optimale à chaque niveau de  
reconstruction.

25 Un autre objectif de l'invention est de fournir de telles techniques de  
codage et de décodage qui nécessitent un débit limité, pour chaque niveau de  
reconstruction.

L'invention a également pour objectif de fournir de telles techniques de  
codage et de décodage, qui permettent de traiter efficacement plusieurs images  
30 ayant la même structure (même taille et même maillage de référence).

Encore un autre objectif de l'invention est de fournir une structure de données et de signal qui permette d'optimiser le débit nécessaire pour la transmission et le stockage d'images codées de la sorte.

Ces objectifs, ainsi que d'autres qui apparaîtront plus clairement par la suite, sont atteints à l'aide d'un procédé de codage d'au moins une image source mettant en œuvre un maillage hiérarchique définissant au moins deux espaces emboîtés, correspondant chacun à un niveau  $n$  de décomposition dudit maillage.

Selon l'invention, à au moins niveau  $n$  de décomposition (à l'exception du premier niveau de décomposition), on délivre uniquement des coefficients d'image exprimés dans une base de fonctions définie dans un espace orthogonal à l'espace correspondant au niveau précédent  $n-1$  de décomposition, lesdites fonctions étant choisies de façon que lesdits coefficients d'image permettent d'optimiser pour ledit niveau  $n$  de décomposition les informations déjà transmises pour le niveau précédent  $n-1$  de décomposition, de façon à produire une image reconstruite, représentative de ladite image source, avec une qualité de restitution optimisée pour ledit niveau  $n$  de décomposition.

Avantageusement, à tous lesdits niveaux de décomposition (à l'exception dudit premier niveau de décomposition), on délivre uniquement des coefficients d'image exprimés dans une base de fonctions définie dans un espace orthogonal à l'espace correspondant au niveau précédent  $n-1$  de décomposition.

De façon avantageuse, on associe audit niveau  $n$  de décomposition un espace mathématique de représentation de l'image  $V_n$  tel que  $V_n = V_{n-1} \oplus W_{n-1}$ , où :

- $V_{n-1}$  est l'espace associé au niveau  $n-1$  de décomposition ;
- $W_{n-1}$  est un espace orthogonal à  $V_{n-1}$ ,

et on associe audit espace  $V_n$  d'une part une base de fonctions affines par morceaux  $\varphi_n$ , et d'autre part une base formée de la combinaison de deux bases orthogonales :

- une base de fonctions affines par morceaux  $\varphi_{n-1}$  dudit espace  $V_{n-1}$  ;
- une base de fonctions de pré-ondelettes  $\psi_{n-1}$  dudit espace  $W_{n-1}$ ,

dans laquelle on exprime lesdits coefficients d'image.

En d'autres termes, on remplace l'étape d'envoi des coefficients du maillage raffiné par la prise en compte des coefficients du maillage non raffiné (niveau précédent) auquel on rajoute l'envoi des coefficients attribués aux  
 5 nouveaux nœuds du maillage raffiné. Le traitement de ces derniers permet également d'optimiser la position des coefficients des niveaux précédents, de façon à être optimal à chaque niveau.

Un avantage d'une telle méthode tient dans la meilleure répartition statistique de la valeur des coefficients permettant une diminution du coût de  
 10 codage. Avec une simple transmission des coefficients en partant des sommets les moins raffinés la nouvelle méthode permet d'effectuer une première représentation de l'image à partir de ces seuls coefficients optimale pour ce niveau de résolution. Dans les méthodes connues en revanche, les premiers coefficients correspondent à la valeur pour ces sommets optimisée pour le niveau de  
 15 raffinement le plus fin du maillage (on a donc sous-optimalité).

De façon préférentielle, lesdites fonctions de pré-ondelettes sont des fonctions d'ondelettes, orthogonales entre elles.

Avantageusement, chacune desdites fonctions de pré-ondelettes possède un support étroit, limité à un nombre prédéfini de sommets dudit maillage situé au  
 20 voisinage d'un sommet de référence pour ladite fonction.

Selon un premier mode de mise en œuvre de l'invention, lesdites fonctions de pré-ondelettes sont monodimensionnelles. Dans ce cas, chacune desdites fonctions de pré-ondelettes est avantageusement déterminée en tenant compte de la position dans ledit maillage d'au moins une arête portant un nouveau sommet  
 25 dudit maillage, auquel ladite fonction sera affectée.

Ainsi, la base  $\varphi_i^{(p+1)}$  peut notamment être obtenue à l'aide de l'équation suivante :

$$\varphi_i^{(p+1)} = \varphi_i^{(p)} + \frac{1}{2} \sum_{j \in V_i^{(p)}} \varphi_j^{(p)}$$

30 où  $V_i^{(p)}$  est l'ensemble des sommets voisins du sommet j dans le maillage de

niveau p.

Selon un autre mode de réalisation de l'invention, lesdites fonctions de pré-ondelettes sont multidimensionnelles. Il peut notamment s'agir de fonctions de type "box splines".

- 5 De façon avantageuse, la détermination des coefficients d'image à un niveau de maillage n repose sur la résolution d'un système linéaire :

$$A^{(p-1)}X = \alpha^{(p)}$$

avec :

$$A^{(p-1)} = \begin{pmatrix} V^{(p-1)} \\ W^{(p-1)} \end{pmatrix}$$

- où X est le vecteur de coordonnées d'approximation de ladite image source  $\alpha^{(p)}$ ,  
 10  $W^{(p-1)}$  est la matrice de passage de la base  $(\varphi_i^{(p-1)})$  de l'espace  $V_{p-1}$  à la base de fonctions de pré-ondelettes de l'espace  $W_{p-1}$  et  $V^{(p-1)}$  est la matrice de l'espace  $V_{p-1}$ .

Cette approche s'avère très efficace, en particulier lorsque la résolution dudit système linéaire met en œuvre un algorithme du type « matrices creuses » ou du type "matrices profils".

- 15 Selon un aspect avantageux de l'invention, le procédé de codage de l'invention comprend :

- une étape préalable de détermination de bases de fonction  $\varphi_n$  et  $\psi_n$  de référence, pour une structure d'image prédéterminée ;
  - une étape de codage d'images, utilisant systématiquement lesdites
- 20 bases de fonction  $\varphi_n$  et  $\psi_n$  de référence, pour toute image ayant ladite structure d'image prédéterminée.

Le codage d'un ensemble d'images de même type est ainsi particulièrement simplifié.

- 25 Lors de ladite étape préalable, on détermine avantageusement au moins deux jeux de bases de fonction  $\varphi_n$  et  $\psi_n$  de référence, correspondant chacune à une structure d'image prédéterminée particulière.

- L'invention concerne également un procédé de construction de bases de fonctions pour le codage hiérarchique d'images source mettant en œuvre un maillage hiérarchique définissant au moins deux espaces emboîtés, correspondant
- 30 chacun à un niveau n de décomposition dudit maillage. Selon l'invention, pour au



moins une structure d'image prédéterminée, on associe à au moins niveau  $n$  de décomposition, et préférentiellement à tous les niveaux (à l'exception du premier niveau de décomposition), un espace mathématique de représentation d'une image  $V_n$  tel que  $V_n = V_{n-1} \oplus W_{n-1}$ , où :

- 5       –  $V_{n-1}$  est l'espace associé au niveau  $n-1$  de décomposition ;
- $W_{n-1}$  est un espace orthogonal à  $V_{n-1}$ ,

et on associe audit espace  $V_n$  d'une part une base de fonctions affines par morceaux  $\phi_n$ , et d'autre part une base formée de la combinaison de deux bases orthogonales :

- 10       – une base de fonctions affines par morceaux  $\phi_{n-1}$  dudit espace  $V_{n-1}$  ;
- une base de fonctions de pré-ondelettes  $\psi_{n-1}$  dudit espace  $W_{n-1}$ ,

dans laquelle on peut exprimer des coefficients d'image pour toute image ayant ladite structure d'image, permettant de produire une image reconstruite, représentative de ladite image source, avec une qualité de restitution optimisée

15   pour ledit niveau  $n$  de décomposition.

L'invention concerne également les dispositifs de codage d'images, mettant en œuvre le procédé de codage et/ou de construction de bases décrits ci-dessus.

- Ainsi, l'invention concerne un dispositif de codage d'au moins une image
- 20   source mettant en œuvre un maillage hiérarchique définissant au moins deux espaces emboîtés, correspondant chacun à un niveau  $n$  de décomposition dudit maillage, dans lequel à au moins un niveau  $n$  de décomposition (à l'exception du premier niveau de décomposition), il associe uniquement des coefficients d'image exprimés dans une base de fonctions définie dans un espace orthogonal à l'espace
- 25   correspondant au niveau précédent  $n-1$  de décomposition, lesdites fonctions étant choisies de façon que lesdits coefficients d'image permettent d'optimiser pour ledit niveau  $n$  de décomposition les informations déjà transmises pour le niveau précédent  $n-1$  de décomposition, de façon à produire une image reconstruite, représentative de ladite image source, avec une qualité de restitution optimisée
- 30   pour ledit niveau  $n$  de décomposition.

L'invention concerne encore un procédé de décodage d'images codées à l'aide du procédé de codage et/ou de construction de bases décrits ci-dessus.

Un tel procédé de décodage décode des images codées sous la forme de coefficients d'image obtenus par la mise en œuvre d'un maillage hiérarchique définissant au moins deux espaces emboîtés, correspondant chacun à un niveau n de décomposition dudit maillage, selon un codage associant, à au moins un niveau n de décomposition (à l'exception du premier niveau de décomposition), uniquement des coefficients d'image exprimés dans une base de fonctions définie dans un espace orthogonal à l'espace correspondant au niveau précédent n-1 de décomposition, lesdites fonctions étant choisies de façon que lesdits coefficients d'image permettent d'optimiser pour ledit niveau n de décomposition les informations déjà transmises pour le niveau précédent n-1 de décomposition, de façon à produire une image reconstruite, représentative de ladite image source, avec une qualité de restitution optimisée pour ledit niveau n de décomposition.

Avantageusement, un tel procédé de décodage comprend :

- une étape préalable de réception et/ou de stockage de bases de fonctions de référence, pour au moins une structure d'image prédéterminée ;
- une étape de décodage d'images, utilisant les bases de fonctions de référence correspondant à la structure d'image de l'image à décoder.

A nouveau, cela permet de simplifier les traitements et limiter la quantité de données à transmettre, pour une série d'images.

L'invention concerne encore un dispositif de décodage d'images codées, caractérisé en ce qu'il met en œuvre le procédé de décodage décrit ci-dessus.

L'invention concerne également un programme informatique de codage et/ou de décodage d'images, caractérisé en ce qu'il comprend des instructions de programme permettant la mise en œuvre du procédé de codage et/ou du procédé de décodage décrits ci-dessus.

L'invention concerne encore un signal de données d'images, comprend une

première partie comprenant des données représentatives d'au moins un jeu de bases de fonctions de référence, pour au moins une structure d'image prédéterminée, et une deuxième partie comprenant des données représentatives d'au moins deux images codées à l'aide d'un desdits jeux de bases de fonctions de  
5 référence.

Avantageusement, ladite première partie comprend au moins deux jeux de bases de fonctions de référence, correspondant à des structures d'images distinctes, et en ce que chaque image de ladite deuxième partie comprend une information permettant la sélection de l'un desdits jeux de bases de fonctions de  
10 référence.

De façon préférentielle, les données de ladite première partie et/ou de ladite deuxième partie sont organisées de façon à permettre une reconstruction d'image progressive et/ou avec un niveau de qualité de reconstruction prédéterminé.

15 Selon une caractéristique préférentielle, lesdites images sont codées selon un procédé mettant en œuvre un maillage hiérarchique définissant au moins deux espaces emboîtés, correspondant chacun à un niveau  $n$  de décomposition dudit maillage, lesdites fonctions de référence étant choisies de façon que lesdits coefficients d'image permettent d'optimiser pour ledit niveau  $n$  de décomposition  
20 les informations déjà transmises pour le niveau précédent  $n-1$  de décomposition, le codage des images associant, à tout niveau  $n$  de décomposition (à l'exception du premier niveau de décomposition), uniquement des coefficients d'image exprimés dans une base de fonctions définie dans un espace orthogonal à l'espace correspondant au niveau précédent  $n-1$  de décomposition, de façon à produire une  
25 image reconstruite, représentative d'une image source, avec une qualité de restitution optimisée pour ledit niveau  $n$  de décomposition.

L'invention trouve des applications dans de nombreux domaines, et en particulier pour le codage d'images fixes et le codage d'images intra d'un flux d'images animées.

30 D'autres caractéristiques et avantages de l'invention apparaîtront à la

lecture de la description suivante de modes de réalisation préférentiels de l'invention, donnés à titre de simples exemples illustratifs et non limitatifs, et des dessins annexés, parmi lesquels :

- 5           - la figure 1 illustre la façon dont on détermine les coordonnées d'un point P ;
- les figures 2A à 2D présentent les différentes positions d'une arête dans un maillage, selon l'approche de Quark, discuté en annexe 1 ;
- la figure 3 est un schéma synoptique simplifié du principe général d'un mode de réalisation de l'invention ;
- 10          - la figure 4 illustre un k-disque pris en compte pour le calcul des fonctions de pré-ondelettes, dans un exemple de mise en œuvre de l'invention ;
- la figure 5 présente un exemple de structure de signal exploitant le principe illustré en figure 3.

15          L'invention repose donc notamment sur l'utilisation d'ondelettes, ou de pré-ondelettes, spécifiques, basée sur l'orthogonalisation des bases complémentaires.

          On peut envisager de manière similaire de l'appliquer aux ondelettes de type box-splines [2]. Les premières sont des préondelettes sur maillage  
20 triangulaire dont les coefficients significatifs sont peu nombreux. Les ondelettes box-splines sont également construites à partir de maillages et représentent un moyen de construire des ondelettes bidimensionnelles qui ne soient pas basées sur le produit tensoriel de bases d'ondelettes monodimensionnelles.

          La méthode proposée constitue une amélioration de la méthode précédente  
25 de codage par maillages développée dans [7]. Elle concerne le codage d'images fixes mais peut aussi s'appliquer au codage des images intra dans le cadre de compression video en particulier les codages utilisant les maillages conjointement pour l'approximation de surface intra et l'estimation de mouvement inter.

          L'approche peut donc s'appliquer de manière générale à la transmission et  
30 au stockage d'images.

Parmi les applications dans lesquelles le procédé peut être utilisé, on peut donc citer :

- les applications liées à la téléconférence ;
- la transmission progressive d'images naturelles sur un réseau distribué ;
- codage des images intra dans un schéma de compression video basé sur les maillages et application aux VOP.

La figure 3 illustre donc, de façon simplifiée, le principe général de l'invention.

On considère un maillage emboîté (311), de type connu en soi, définissant une pluralité d'espaces  $V_n$ , correspondant chacun à un niveau du maillage.

Pour chaque de ces espaces, on recherche des bases orthogonales (312), selon la technique décrite en détail par la suite. On en déduit (313) des matrices de codage, permettant de déterminer des coefficients d'image optimisés pour chacun des niveaux du maillage.

Il est à noter que ces opérations sont indépendantes du contenu de l'image. Elles sont simplement liées au maillage utilisé. Il peut donc avantageusement s'agir d'une étape préliminaire 31, produisant des matrices de codage et de décodage qui pourront ensuite être utilisées pour une pluralité d'images, dès lors qu'elles sont associées au même maillage.

On prévoit donc une étape 32 de codage proprement dit, qui peut être répétée plusieurs fois (321) sans revenir sur le calcul des bases orthogonales. On dispose ainsi d'un procédé relativement simple, les matrices ayant été calculées une fois pour toutes.

Pour chaque image source reçue (322), qui peut être notamment une image fixe ou une image intra d'un flux vidéo, on calcule (323) les coefficients d'image correspondant à chaque niveau du maillage, à l'aide des matrices, puis on transmet (324), ou on stocke, les coefficients obtenus.

Le décodage 33 effectue les opérations inverses. Il dispose des matrices de décodage, qui peuvent être implantées définitivement en mémoire ou qui sont

reçues (331), par exemple au début d'un flux vidéo, pour initialiser le décodeur.

A réception (332) des coefficients codés, le décodeur reconstruit progressivement (333) chaque image jusqu'au niveau de qualité souhaitée.

Le fait que les mêmes bases peuvent être utilisées pour plusieurs images  
5 permet de définir une structure avantageuse de signal, telle qu'illustrée en figure 5.

Le signal comprend une première partie 51 d'initialisation, qui contient les bases de fonctions déterminées une fois pour toutes, et une seconde partie 52 de données d'images, comprenant des coefficients déterminés à l'aide desdites bases. On obtient ainsi un débit réduit, la première partie 51 étant transmise une seule  
10 fois, en début de séquence.

Lorsqu'il y a plusieurs jeux de bases de fonctions 511, 512,...correspondant à autant de types d'images, on prévoit un système d'identification de celles-ci. Pour chaque image ou série d'images, ou simplement lorsqu'un changement est nécessaire, on transmet en préambule des données 521  
15 d'une image un identifiant 5211 indiquant le jeu de bases de fonctions à utiliser.

On peut prévoir des flux de transmission distincts pour les parties 51 et 52. On peut également prévoir au moins deux flux pour la partie 52 : un premier flux correspondant à un ou plusieurs niveaux "grossiers", et plusieurs autres flux correspondant à des niveaux plus raffinés. Selon les besoins, le débit et/ou les  
20 moyens disponibles, on choisit les flux utilisés.

On peut également prévoir que la première partie 51 est connue une fois pour toutes des terminaux (par exemple sous la forme d'un CD-ROM). Dans ce cas, seule la partie 52 est transmise, ce qui correspond à un débit très réduit.

Le même principe s'applique également, bien sûr, aux supports de données  
25 stockant des images ainsi codées.

On décrit maintenant plus en détail la mise en œuvre d'un mode de réalisation de l'invention.

### **1. Définition des nouveaux coefficients**

On considère ici que l'on dispose d'espaces emboîtés  $V_0, V_1, \dots, V_n$ , associés

à des maillages triangulaires également emboîtés. La dimension de ces espaces correspond au nombre de sommets du maillage considéré. On suppose ici que l'on dispose, pour chaque espace  $V_p$  d'une base  $\varphi_i^{(p)}$  où chaque fonction est associée au sommet  $i$  de manière univoque. En général on utilise des bases de fonctions dont  
 5 la restriction à chaque triangle est polynomiale.

Dans l'exemple décrit par la suite, par souci de simplification, on considère qu'un espace  $V_n$  est associé à chacun des niveaux de décomposition du maillage. L'invention s'applique bien sûr également au cas où on associe des espaces emboîtés  $V_m$  à  $V_l$  aux seuls niveaux de décomposition consécutifs  $m$  à  $l$  du  
 10 maillage, où  $m$  et  $l$  sont deux entiers quelconques. Par exemple, le principe de l'invention décrit dans la suite de ce document peut n'être mis en œuvre que pour les niveaux de décomposition 3 à 12 du maillage, associés à des espaces emboîtés  $V_3$  à  $V_{12}$ .

La base affine présentée en annexe 2 est un cas particulier de telles bases  
 15 où les polynômes considérés sont de degré 1 c'est à dire que les espaces vectoriels dans lesquels on se place sont limités aux fonctions affines par morceaux et continues globalement. De manière à utiliser les propriétés de la multirésolution, on cherche des bases qui soient reliées d'un niveau à un autre par une équation de raffinement de type :

20

$$(6) \varphi_i^{(p-1)} = \sum_{j \in V_i^{(p)}} a_j \varphi_j^{(p)}$$

On dispose grâce à la hiérarchie de maillages d'une suite d'espaces emboîtés, chacun correspondant à une représentation et à une qualité de l'image données. Si l'on dispose des espaces  $V_n$  et  $V_{n+1}$  on s'intéresse ici à trouver une  
 25 base de l'espace  $W_n$  tel que  $V_n \oplus W_n = V_{n+1}$  où le  $\oplus$  désigne la somme orthogonale des 2 espaces vectoriels. On sait que l'on peut donc avoir l'écriture suivante pour l'approximation de l'image  $I$  :

$$(7) \hat{I} = \sum_{i=1}^{N_0} \alpha_i^{(0)} \varphi_i^{(0)} + \sum_{p=1}^P \sum_{i=1}^{N_p} \beta_i^{(p)} \psi_i^{(p)}$$

où l'indice  $p$  décrit l'ensemble des différentes résolutions et où  $N_p$  désigne la dimension de  $W_p$ .

Les fonctions  $\psi_i^{(p)}$  sont choisies de manière à constituer une base de l'espace  $W_p$ . Par ailleurs,  $\dim W_p = \dim V_{p+1} - \dim V_p$ , donc le nombre de fonctions  $\psi_i^{(p)}$  est égal au nombre de nouveaux sommets pour la résolution  $p$ . On peut donc associer de manière bijective les fonctions de base de  $W_p$  avec les nouveaux sommets.

On appelle ces fonctions préondelettes. Dans le cas particulier où les fonctions de base d'un même niveau sont orthogonales entre elles on les appellera ondelettes.

De manière pratique, les obstacles rencontrés dans l'application de la méthode proposée proviennent de la difficulté d'exhiber les bases  $(\psi_i^{(p)})$  dont les fonctions possèdent des supports limités à un nombre fini et le plus faible possible de triangles contigus au sommet de référence. Ainsi on ne peut se contenter d'orthogonaliser la base initiale de manière arbitraire. On donne dans les sections suivantes des exemples pratiques d'application où la méthode peut s'appliquer.

Une fois que l'on dispose d'une telle décomposition des approximations de l'image, on peut coder les coefficients obtenus selon les méthodes classiques. Notons que dans ce cas l'orthogonalité entre deux niveaux de résolution successifs invalide un codage différentiel : les coefficients obtenus sont directement quantifiés et codés par le biais d'un codeur arithmétique.

## 2. *Calcul pratique des nouveaux coefficients*

Pour simplifier, le calcul est détaillé dans le cas où nous disposons simplement de deux espaces successifs  $V_0$  et  $V_1$ . On cherche donc une base de l'espace  $W_0$ . Comme chaque fonction  $(\psi_i^{(0)})$  de cette base appartient à l'espace  $V_1$  et que  $V_0 \oplus W_0 = V_1$  on sait qu'il existe des coefficients  $w_{ij}$  tels que :



$$(8) \psi_i^{(0)} = \sum_{j=1}^{N_1} w_{ij}^{(0)} \varphi_j^{(1)}$$

La première étape de l'algorithme consiste donc à déterminer la matrice  $W^{(0)} = (w_{ij})$ .

- 5 En effet cette matrice constitue la matrice de passage de la base  $(\varphi_i^{(1)})$  de l'espace  $V_1$  à la base de préondelettes de l'espace  $W_0$ . On remarque que ces calculs sont indépendants du contenu de l'image, et ne dépendent en fait que de la forme du maillage et du type de base choisie. Il est donc possible d'effectuer un précalcul pour les maillages classiquement utilisés. Ce précalcul dépend de la
- 10 manière dont on construit les bases de préondelettes. La sous-section 5.4 et la section 6 montrent des exemples pratiques de telles constructions. De même on note  $W(p)$  la même matrice pour les niveaux  $p$  et  $p+1$ .

- Décrivons maintenant le calcul effectif des coefficients à partir des matrices de passage précédentes. Si pour une image donnée on dispose de  $p$
- 15 niveaux de résolution :

$$(9) \hat{I}_p = \sum_{i=1}^{N_p} \alpha_i^{(p)} \varphi_i^{(p)}$$

On peut calculer pour chaque niveau les coefficients  $(\beta(p)_i)$  qui correspondent aux coefficients de l'équation (7) en résolvant un système linéaire. En effet on a :

$$(10) V^{(p-1)} \alpha^{(p-1)} = \alpha^{(p)}$$

20

$$(11) W^{(p-1)} \beta^{(p-1)} = \alpha^{(p)}$$

Il suffit donc pour obtenir les coefficients voulus de résoudre le système linéaire

$$(12) A^{(p-1)} X = \alpha^{(p)}$$

avec

$$A^{(p-1)} = \begin{pmatrix} V^{(p-1)} \\ W^{(p-1)} \end{pmatrix}$$

Le vecteur X étant composé des coordonnées d'approximation de l'image  
5 dans la nouvelle base.

Parmi les méthodes de résolution effective de tels systèmes linéaires, on peut distinguer différentes méthodes parmi lesquelles les méthodes itératives. On s'est plutôt orienté vers des méthodes de résolution basées sur l'utilisation des propriétés des matrices creuses. Naturellement cette méthode n'est applicable  
10 dans la pratique que dans la mesure où les matrices correspondantes sont suffisamment creuses pour permettre une complexité en temps de calcul acceptable grâce à l'utilisation des matrices profils.

Dans notre cas précis, cette propriété correspond à la limitation du support des fonctions préondelettes utilisées à un nombre suffisamment faible de  
15 sommets. Ces méthodes de résolution de systèmes linéaires constituent une première possibilité. Il peut cependant exister d'autres solutions susceptibles d'accélérer les temps de calcul et évitant la résolution explicite de l'intégralité du système linéaire.

Nous allons illustrer par quelques exemples comment il est possible  
20 d'exhiber des bases de préondelettes sur des maillages.

### 3.1 détermination des bases

On donne ici l'exemple de préondelettes basées sur les fonctions éléments finis affines de Lagrange. On définit le k-disque  $D_{i,k}^{(p)}$  autour d'un sommet i du maillage comme l'ensemble des sommets que l'on peut relier par un chemin  
25 constitué de moins de k arêtes du maillage du niveau p (voir figure 3 ). On cherche ici simplement à construire la base de préondelettes comme étant la

projection orthogonale de  $(\varphi^{(p+1)})_i$  sur  $W_p$  à support limité à un  $k$ -disque autour du sommet  $i$ , où  $i$  décrit l'ensemble des nœuds du niveau  $p+1$  qui n'existaient pas au niveau  $p$ . On exprime les fonctions  $(\psi^{(p)})_i$  de la manière suivante pour les  $i$  correspondant aux sommets qui appartiennent au niveau  $p$  mais n'existaient pas au niveau  $p-1$ :

$$(13) \psi_i^{(p)} = \varphi_i^{(p+1)} - \sum_{j \in D_{i,k}^{(p)}} q_{ij} \varphi_j^{(p)}$$

Pour déterminer les coefficients de la matrice  $Q=q_{ij}$  on doit écrire les conditions d'orthogonalité de  $\psi_i^{(p)}$  avec  $V_p$ . On écrit donc :

$$\forall k = 1, \dots, N_p, \langle \psi_i^{(p)}, \varphi_k^{(p)} \rangle = 0$$

10 soit encore (pour  $i$  nouveau sommet et  $k$  ancien sommet):

$$(14) \langle \varphi_i^{(p+1)}, \varphi_k^{(p)} \rangle = \sum_{j \in D_i^{(p)}} q_{ij} \langle \varphi_j^{(p)}, \varphi_k^{(p)} \rangle$$

Grâce à l'équation de raffinement, on connaît l'expression des fonctions de  $V_p$  en fonction de fonctions de  $V_{p+1}$ . On en déduit que  $Q$  est solution d'un système linéaire qui ne dépend que des produits scalaires de fonctions de même niveau. On sait calculer ces produits scalaires en fonction de la mesure des triangles [6].

$$(15) \varphi_i^{(p+1)} = \varphi_i^{(p)} + \frac{1}{2} \sum_{j \in V_i^{(p)}} \varphi_j^{(p)}$$

On est maintenant en état de déduire les coefficients de la matrice  $W$  en se servant de l'équation de raffinement (4). Dans la sous-section suivante, on explicite les procédures utiles pour le calcul et le codage de l'image.

### 3.2 Calcul et codage

Supposons que l'on veuille coder une image sur laquelle on dispose de deux niveaux de maillage. La première étape de l'algorithme consiste à effectuer par la méthode décrite dans [7] une optimisation des valeurs nodales sur la base d'éléments finis affines  $\varphi^{(p)}_i$ , où  $i$  décrit l'ensemble des sommets du niveau 1. On obtient donc la décomposition donnée par l'équation (3).

On rappelle que la minimisation de l'erreur quadratique définie dans l'équation (2) revient à la résolution d'un système linéaire que l'on résout par des méthodes profils [7]. On écrit ce système linéaire de la manière suivante :

$$E = \sum_{(x,y) \in \Omega}^N (I(x,y) - \sum_{n \in V_p} \alpha_n^{(p)} \varphi_n^{(p)}(x,y))^2$$

On considère donc l'image définie par ses valeurs pixeliques  $I(x,y)$ . On cherche à minimiser  $E$ , où  $\Omega$  représente l'ensemble des pixels de l'image et  $V_p$  l'ensemble des sommets du niveau de résolution  $p$ . On obtient le minimum en écrivant les  $N_p$  équations :

$$\frac{\partial E}{\partial \alpha_n^{(p)}} = 0, n = 1, \dots, N_p$$

Pour un sommet  $n$  donné on note  $S(n)$  le support de la fonction  $\varphi(n)$ , on a alors les  $N_p$  équations suivantes :

$$\sum_{(x,y) \in S(n)} \sum_{k \in V_n^{(p)}} \varphi_n(x,y) \varphi_k(x,y) \alpha_k^{(p)} = \sum_{(x,y) \in S(n)} I(x,y) \varphi_n(x,y)$$

On doit donc résoudre donc un système linéaire  $Ax=B$  où l'on calcule la matrice  $A$  et le vecteur  $B$  de la manière suivante, après avoir initialisé  $A$  et  $B$  à 0 :

**Pour  $i=1, \dots, N_T$  (nombre de triangles pour le maillage considéré)**

**Pour  $(x,y)$  dans  $T_i$  (parcours des pixels du triangle  $T_i$ )**

**Pour  $j=1$  à 3 (sommets de  $T_i$ )**

**Calcul de  $f_j = \varphi_{m(j)}(x,y)$  où  $m(j)$  est l'indice du  $j^{\text{ème}}$  sommet de  $T_i$**

**Pour (k=1 à 3, j =1 à 3) (rem. Si (k,j) est fait on ne fait pas (j,k))**

$$\mathbf{A}_{m(k),m(j)} = \mathbf{A}_{m(k),m(j)} + \mathbf{f}_k * \mathbf{f}_j$$

**Pour (j= 1 à 3)**

$$\mathbf{B}_{m(j)} = \mathbf{B}_{m(j)} + \mathbf{f}_j * \mathbf{l}(x,y)$$

5 **Fin pour j**

**Fin pour i**

Algorithme 1 : Optimisation des valeurs nodales

La matrice A étant symétrique définie positive et présentant un nombre important de valeurs nulles, on résout alors le système linéaire par une méthode  
10 profil.

Maintenons que l'on dispose des coefficients  $\alpha$  déterminons les coefficients sur la base des préondelettes. De l'équation (15) on déduit un système linéaire permettant de décomposer l'image sous la forme (7) pour  $P=p$ . Décrivons le passage entre deux niveaux c'est-à-dire le passage de l'écriture :

$$\hat{I} = \sum_{i=1}^{N_p} \alpha_i^{(p)} \varphi_i^{(p)} + \sum_{k=p+1}^P \sum_{i=1}^{N_p} \beta_i^{(k)} \psi_i^{(k)}$$

15

à l'écriture :

$$\hat{I} = \sum_{i=1}^{N_{p-1}} \alpha_i^{(p-1)} \varphi_i^{(p-1)} + \sum_{k=p}^P \sum_{i=1}^{N_p} \beta_i^{(k)} \psi_i^{(k)}$$

20

A chaque étape on cherche donc à résoudre un système linéaire  $Cx=\alpha$  où les coefficients de la matrice C sont les coefficients de synthèse. On initialise la matrice C à 0. Dans le cas présent, on va déterminer la matrice C en utilisant les équations (4) et (13). Dans un premier temps, donnons l'algorithme qui permet de calculer les coefficients  $q_{ij}$  de l'équation (13). Pour cela on déduit un système des équations (14)  $Dq=E$ .

Pour simplifier on considère ici le k-disque égal à tout le maillage. On  
25 initialise les matrices D et E à 0. Avec :

$$E_{lk} = \langle \varphi_l^{(p)}, \varphi_k^{(p)} \rangle$$

$$B_{ii} = \langle \varphi_i^{(p)}, \varphi_i^{(p+1)} \rangle$$

Si l'on choisit un maillage pour lequel tous les triangles d'un même niveau ont la même aire : on a les relations suivantes qui permettent un calcul aisé des coefficients précédents [6] :

Pour  $i \neq j$  :

$$\langle \varphi_i^{(p)}, \varphi_j^{(p)} \rangle = \frac{1}{6} \sum_{T \in \mathcal{S}(i) \cap \mathcal{S}(j)} A(T)$$

Pour  $i = j$  :

$$\langle \varphi_i^{(p)}, \varphi_j^{(p)} \rangle = \frac{1}{12} \sum_{T \in \mathcal{S}(i) \cap \mathcal{S}(j)} A(T)$$

10 Ce nouveau système linéaire est encore un système à matrice suffisamment creuse ce qui nous autorise à utiliser une méthode adaptée. Cependant la matrice n'étant pas symétrique positive, Pour appliquer les méthodes profil, on remplace donc le système linéaire  $Cx = \alpha$  par le système équivalent  $tCCx = tC\alpha$ . On obtient ainsi un système linéaire dont la matrice correspondante est bien symétrique  
15 définie positive (en effet  $C$  est inversible). Ce système est moins creux, mais la matrice correspondante possède encore un profil acceptable.

Lorsque l'on dispose de plus de deux niveaux de maillages, on itère le processus précédemment décrit. Une fois que l'on dispose de cette décomposition sur l'ensemble des niveaux de résolution, c'est-à-dire des coefficients  $\alpha(0)_i$  et  
20  $\beta(p)_i$  de l'équation (7), on effectue une quantification scalaire et on transmet les valeurs quantifiées correspondant à un sommet sélectionné dans l'arbre de triangles raffinés.

La phase de décodage s'effectue en synthétisant les coefficients, cette fois-ci directement avec la matrice  $C$  et non son inverse. On obtient de cette manière des coefficients qui permettent d'obtenir une reconstruction globale de l'image par simple interpolation.

#### 5 4. *deuxième exemple*

On donne ici un autre exemple de schéma de codage d'images fixes comme application de la présente méthode. On utilise ici les préondelettes basées arêtes décrites dans l'annexe 1. La phase d'optimisation des valeurs nodales est commune avec le premier exemple.

10 Dans ce cas le calcul des coefficients d'ondelettes s'effectue également à l'aide de la résolution d'un système linéaire  $Cx=\alpha$ . Pour déterminer les coefficients de la matrice  $C$  on applique alors l'algorithme suivant :

**Pour  $i=1, \dots, N_p$**

**$C_{ii} = 1$**

15 **Pour  $j$  voisin de  $i$  dans le maillage**

**$C_{ij} = 1$**

**Fin pour  $j$**

**Fin pour  $i$**

**Pour  $i=N_p+1, \dots, N_{p+1}$**

20  **$C_{ii} = U$  déterminé par la position de l'arête  $i$  correspondante**

**$C_{ij} \neq 0$  est calculé pour les cas déterminés dans sous-section précédente**

**Fin pour  $i$**

Algorithme 2 : Remplissage de la matrice de passage  $C$ .

25 Notons que cette méthode ne pose pas d'implémentation sur les bords. En effet le mode de construction des préondelettes a tenu compte des différentes configurations possibles pour un maillage borné quelconque.

#### 5. *application avec des "box splines"*

##### 5.1 Description de la méthode

On peut également appliquer la méthode sur d'autres types de construction d'ondelettes ou de préondelettes. On peut ainsi construire des bases explicites d'ondelettes à partir d'espaces emboîtés sur lesquels on a construit une multi-résolution. Une méthode générale de construction de bases d'ondelettes multi-  
5 dimensionnelles est développée dans [3]. L'intérêt d'utiliser de telles ondelettes par rapport aux ondelettes construites par produit tensoriel réside dans la meilleure adaptation des fonctions de base au cadre multi-dimensionnel.

Dans [2] ce principe est repris et on donne de plus une méthode permettant de déterminer une base de préondelettes à support compact qui seront donc  
10 directement utilisables dans la pratique. On se propose ici d'appliquer cette décomposition en ondelettes box-splines

### 5.2 Algorithme

Des exemples de fonctions box-splines sont données dans [2]. Les coefficients explicites des fonctions de la base y sont donnés. On peut donc,  
15 comme précédemment en déduire une matrice de passage  $W$  qui nous permet de déterminer les coefficients ondelettes correspondant. Les algorithmes s'écrivent exactement de la façon suivante : par exemple les coefficients peuvent être déduits directement des exemples explicités dans [2].



### ANNEXE 1

Une arête est dite intérieure si elle délimite deux triangles du maillage, sinon elle est dite extérieure. L'arête peut être intérieure avec ses deux sommets intérieurs(a), intérieure avec l'un des deux sommets extérieur (b), intérieure avec ses deux sommets extérieurs (c) ou encore elle même extérieure (d). Les différents cas sont montrés figure2. Une telle base de représentation présente donc l'avantage d'être adaptée à la multirésolution et d'être utilisable facilement grâce à la petite taille du support utilisé.

Rappelons l'expression explicite des préondelettes de Quak dans les différents cas. Considérons le premier cas. Soit u le nouveau sommet considéré, soient  $a_1$  et  $a_2$  les deux sommets et s et t leurs connectivités respectives au niveau de maillage 1, on a alors une préondelette possible  $\psi_u^{(0)}$  en écrivant :

$$(16) \psi_u^{(0)} = U\varphi_u^{(1)} + A_1\varphi_{a_1}^{(1)} + A_2\varphi_{a_2}^{(1)} + \sum_{i=1}^{s-1} B_i\varphi_{b_i}^{(1)} + \sum_{i=1}^{t-1} C_i\varphi_{c_i}^{(1)}$$

où  $b_i$  décrit les sommets connexes à  $a_1$  et différents de u et  $c_i$  les sommets connexes à  $a_2$  et différents de u. Pour un sommet a donné la fonction  $\varphi_a$  désigne ici l'élément fini affine associé au sommet a pour le maillage correspondant.

L'expression des coefficients est donnée par :

$$\begin{aligned} A_1 &= -\frac{3\sqrt{21}}{2s} \\ A_2 &= -\frac{3\sqrt{21}}{2t} \\ U &= -\frac{1}{14}(A_1 + A_2) + \frac{1+\lambda^s}{1-\lambda^s} + \frac{1+\lambda^t}{1-\lambda^t} \\ B_i &= -\frac{1}{14}A_1 + \frac{\lambda^i + \lambda^{s-i}}{1-\lambda^s} \\ C_i &= -\frac{1}{14}A_2 + \frac{\lambda^j + \lambda^{t-j}}{1-\lambda^t} \end{aligned}$$

avec :

$$\lambda = -\frac{5}{2} + \frac{\sqrt{21}}{2}$$

Dans le deuxième cas, on suppose que l'une des deux extrémités de l'arête est un sommet extérieur du maillage. On note alors  $s_1$  le nombre de sommets  
5 voisins de  $a_1$  et situés à gauche de l'arête considérée et  $s_2$  le nombre de sommets voisins de  $a_1$  et situés à droite de l'arête. Les coefficients correspondant sont respectivement notés  $B^1_i$  et  $B^2_i$ . On a alors l'expression suivante des coefficients :

$$\begin{aligned} A_1 &= -\frac{3\sqrt{21}}{2(s_1 + s_2)} \\ A_2 &= -\frac{3\sqrt{21}}{2t} \\ U &= -\frac{1}{14}(A_1 + A_2) + \frac{(\lambda^{s_1} + \lambda^{-s_1})(\lambda^{s_2} + \lambda^{-s_2})}{\lambda^{-s_1-s_2} - \lambda^{s_1+s_2}} + \frac{1+\lambda^t}{1-\lambda^t} \\ B^1_i &= -\frac{1}{14}A_1 + \frac{\lambda^{s_2} + \lambda^{-s_2}}{\lambda^{-s_1-s_2} - \lambda^{s_1+s_2}}(\lambda^{i-s_1} + \lambda^{s_1-i}) \\ B^2_i &= -\frac{1}{14}A_1 + \frac{\lambda^{s_1} + \lambda^{-s_1}}{\lambda^{-s_1-s_2} - \lambda^{s_1+s_2}}(\lambda^{i-s_2} + \lambda^{s_2-i}) \\ C_j &= -\frac{1}{14}A_2 + \frac{\lambda^j + \lambda^{t-j}}{1-\lambda^t} \end{aligned}$$

Dans le troisième cas on utilise les mêmes notations en distinguant  
10 également les  $t_1$  sommets voisins de  $b_1$  et situés à gauche de l'arête considérée et  $t_2$  le nombre de sommets voisins de  $b_1$  et situés à droite de l'arête.

$$\begin{aligned}
A_1 &= -\frac{3\sqrt{21}}{2(s_1 + s_2)} \\
A_2 &= -\frac{3\sqrt{21}}{2(t_1 + t_2)} \\
U &= -\frac{1}{14}(A_1 + A_2) + \frac{(\lambda^{s_1} + \lambda^{-s_1})(\lambda^{s_2} + \lambda^{-s_2})}{\lambda^{-s_1-s_2} - \lambda^{s_1+s_2}} + \frac{(\lambda^{t_1} + \lambda^{-t_1})(\lambda^{t_2} + \lambda^{-t_2})}{\lambda^{-t_1-t_2} - \lambda^{t_1+t_2}} \\
B_i^1 &= -\frac{1}{14}A_1 + \frac{\lambda^{s_2} + \lambda^{-s_2}}{\lambda^{-s_1-s_2} - \lambda^{s_1+s_2}}(\lambda^{i-s_1} + \lambda^{s_1-i}) \\
B_i^2 &= -\frac{1}{14}A_1 + \frac{\lambda^{s_1} + \lambda^{-s_1}}{\lambda^{-s_1-s_2} - \lambda^{s_1+s_2}}(\lambda^{i-s_2} + \lambda^{s_2-i}) \\
C_j^1 &= -\frac{1}{14}A_2 + \frac{\lambda^{t_2} + \lambda^{-t_2}}{\lambda^{-t_1-t_2} - \lambda^{t_1+t_2}}(\lambda^{i-t_1} + \lambda^{t_1-i}) \\
C_j^2 &= -\frac{1}{14}A_2 + \frac{\lambda^{t_1} + \lambda^{-t_1}}{\lambda^{-t_1-t_2} - \lambda^{t_1+t_2}}(\lambda^{i-t_2} + \lambda^{t_2-i})
\end{aligned}$$

Enfin dans le dernier cas, où l'arête est extérieure on a :

$$\begin{aligned}
A_1 &= -\frac{3\sqrt{21}}{2s} \\
A_2 &= -\frac{3\sqrt{21}}{2t} \\
U &= -\frac{1}{14}(A_1 + A_2) + \frac{2(\lambda^{-s} + \lambda^s)}{\lambda^{-s} - \lambda^s} + \frac{2(\lambda^{-t} + \lambda^t)}{\lambda^{-t} - \lambda^t} \\
B_i &= -\frac{1}{14}A_1 + \frac{2}{\lambda^{-s} - \lambda^s}(\lambda^{i-s} + \lambda^{s-i}) \\
C_j &= -\frac{1}{14}A_2 + \frac{2}{\lambda^{-t} - \lambda^t}(\lambda^{j-t} + \lambda^{t-j})
\end{aligned}$$

On dispose donc dans tous les cas de figures de l'expression de la préondelette correspondant à un nouveau sommet en fonction de la base des fonctions affines du niveau le plus fin.

## ANNEXE 2

### 1. *Approximation de surfaces*

Pour simplifier, on considère une image en niveaux de gris (luminance). Pour les bandes de chrominance, on peut appliquer une méthode similaire. On peut donc considérer l'image comme étant une représentation discrétisée d'une surface paramétrique. On s'intéresse ici à la représentation de cette surface par un maillage.

On suppose que l'on dispose d'un maillage triangulaire quelconque recouvrant l'ensemble du domaine de l'image. On utilise alors les fonctions de base  $C^0$  de Lagrange centrées sur un sommet. On obtient ainsi une approximation  $\hat{I}$  de l'image  $I$  sous la forme :

$$(1) \hat{I} = \sum_{i=1}^N \alpha_i \varphi_i, \forall i, \alpha_i \in R$$

où  $N$  désigne le nombre de sommets du maillage,  $\varphi_i$  est la fonction affine prenant la valeur 1 sur le sommet  $i$  et telle que la valeur en un point d'un des triangles dont  $i$  est le sommet soit égale à la coordonnée barycentrique de ce point par rapport au sommet  $i$  (voir figure 1). Cette fonction est donc nulle en dehors des faces triangulaires dont l'un des sommets est le sommet  $i$ . Les coefficients  $\alpha_i$  sont calculés de manière à minimiser l'erreur quadratique:

$$(2) E = \left\| I - \sum_{i=1}^N \alpha_i \varphi_i \right\|_{L^2}$$

sur le support de l'image.

## 2. *Hiérarchie de maillages*

La méthode utilise une hiérarchie de maillages triangulaires emboîtés. On dispose initialement d'un maillage triangulaire. On se dote ensuite d'une règle de subdivision des maillages. On peut par exemple obtenir les maillages suivants en  
5 insérant au milieu de chaque arête du maillage un nouveau sommet.

Chaque triangle est dans ce cas divisé en 4 nouveaux triangles. On utilise cette représentation de l'image de manière à disposer d'approximations successives de l'image, chacune correspondant à une résolution donnée. On exploite ensuite cette hiérarchie en subdivisant uniquement les triangles dont  
10 l'erreur quadratique de reconstruction est supérieure à un certain seuil. La valeur de ce seuil détermine en partie la qualité de reconstruction désirée. On obtient ainsi un arbre de subdivision de la hiérarchie qui doit être transmis au codeur et permet au décodeur de déterminer quels sont les triangles raffinés.

## 3. *Codage des coefficients*

15 On transmet dans tous les cas des valeurs pour le niveau de base (le plus grossier de la hiérarchie). En effet ces valeurs sont nécessaires pour une reconstruction minimale de l'image. Au niveau 0 on a :

$$\hat{I} = \sum_{i=1}^{N_p} \alpha_i^{(0)} \varphi_i^{(0)}$$

20 Au niveau 1 on peut donc écrire :

$$\hat{I} = \sum_{i=1}^{N_1} \alpha_i^{(1)} \varphi_i^{(1)} = \sum_{i=1}^{N_0} \alpha_i^{(1)} \varphi_i^{(1)} + \sum_{i=N_0+1}^{N_1} \alpha_i^{(1)} \varphi_i^{(1)}$$

Où les  $N_0$  premiers sommets correspondent aux sommets du maillage de niveau 1 qui existaient déjà dans le maillage de niveau 0 et les  $N_1 - N_0$  sommets du deuxième

terme correspondent aux sommets du niveau 1 qui n'existaient pas au niveau 0. A un niveau p quelconque on dispose donc de la représentation :

$$(3) \hat{I} = \sum_{i=1}^{N_p} \alpha_i^{(p)} \varphi_i^{(p)} = \sum_{i=1}^{N_{p-1}} \alpha_i^{(p)} \varphi_i^{(p)} + \sum_{i=N_{p-1}+1}^{N_p} \alpha_i^{(p)} \varphi_i^{(p)}$$

- 5 Le premier terme de la somme correspond aux  $N_p$  sommets du niveau de résolution p et le deuxième terme de la somme correspond aux nouveaux sommets insérés au niveau p+1. Pour les  $N_p$  premiers sommets on a :

$$(4) \varphi_i^{(p)} = \varphi_i^{(p-1)} - \frac{1}{2} \sum_{j \in V_i^{(p)}} \varphi_j^{(p)}$$

- 10 Où  $V_i^{(p)}$  représente l'ensemble des sommets voisins du sommet i dans le maillage p.

On peut donc exprimer la représentation de l'image sous la forme différentielle suivante :

$$(5) \hat{I} = \sum_{i=1}^{N_0} \alpha_i^{(0)} \varphi_i^{(0)} + \sum_{p=0}^{P-1} \sum_{i=1}^{N_p} \delta_i^{(p)} \varphi_i^{(p)}$$

15 **4. Remarque :**

- De manière à homogénéiser les coefficients ainsi obtenus, on retranche aux coefficients du premier niveau leur moyenne. Cette représentation permet d'exploiter les redondances spatiales liées à la corrélation statistique entre pixels proches dans l'image. La compression est effectuée par le biais d'une quantification de ces coefficients suivie d'un codage arithmétique adaptatif. Par ailleurs les coefficients n'appartenant à aucun des triangles sélectionnés dans l'étape de raffinement adaptatif ne sont pas codés ; en effet ne pas raffiner un
- 20

triangle revient à considérer que les coefficients des sommets correspondant aux résolutions plus fines à l'intérieur de ce triangle sont les valeurs interpolées, ce qui est équivalent à assigner 0 au coefficient  $\delta_i^{(p)}$ .

### **5. *Intérêt de la méthode***

- 5            La méthode permet donc d'obtenir un schéma simple de codage d'images fixes par le biais de l'utilisation d'une hiérarchie de maillages réguliers emboîtés. Ceci permet d'obtenir des taux de compression efficaces. Par ailleurs un tel schéma de codage est bien adapté à une transmission scalaire des coefficients.



### ANNEXE 3

### REFERENCES

- 5           [1] Michael Floater et Ewald Quak, Piecewise linear prewavelets on  
arbitrary triangulations, Numerische Mathematik Springer-Verlag 1999, 82, pp.  
221-252
- [2] Sherman D. Riemenschneider et Zuowei Shen, Wavelets and  
PreWavelets in Low Dimension, Analysis and Approximation Theory Seminar  
10 University of Alberta
- [3] Yves Meyer, Ondelettes, Hermann ,1990
- [4] Amir Said et William Pearlman. A new, fast, and efficient image codec  
based on set partitioning in hierarchical trees. IEEE Transactions on Circuits and  
Systems for Video Technology, 6(3) :243-250, June 1996
- 15           [5] David Taubman. High Performance Scalable Image Compression with  
EBCOT 1999
- [6] P.-A. Raviart et J.M. Thomas. Introduction à l'Analyse Numérique des  
Equations aux Dérivées Partielles. Masson, 1992.
- [7] Patrick Lechat et Henri Sanson. Combined mesh-based image  
20 representation and motion estimation, application to video coding. Proc. of ICIP  
98, vol.2 pp 909-914, Chicago-USA,Oct.4-7 1998
- [8] Gwenaelle Marquant. Représentation par maillage adaptatif déformable pour  
la manipulation et la communication d'objets video. Thèse, décembre 2000  
Université de Rennes1

## REVENDICATIONS

1. Procédé de codage d'au moins une image source mettant en œuvre un maillage hiérarchique définissant au moins deux espaces emboîtés, correspondant chacun à un niveau de décomposition dudit maillage,
- 5 caractérisé en ce qu'on associe à au moins un niveau  $n$  de décomposition (à l'exception du premier niveau de décomposition) un espace mathématique de représentation d'une image  $V_n$  tel que  $V_n = V_{n-1} \oplus W_{n-1}$ , où :
- $V_{n-1}$  est l'espace associé au niveau  $n-1$  de décomposition ;
  - $W_{n-1}$  est un espace orthogonal à  $V_{n-1}$ ,
- 10 en ce qu'on associe audit espace  $V_n$  d'une part une base de fonctions affines par morceaux  $\phi_n$ , et d'autre part une base formée de la combinaison de deux bases orthogonales :
- une base de fonctions affines par morceaux  $\phi_{n-1}$  dudit espace  $V_{n-1}$  ;
  - une base de fonctions de pré-ondelettes  $\psi_{n-1}$  dudit espace  $W_{n-1}$ ,
- 15 et en ce que, audit niveau  $n$  de décomposition (à l'exception du premier niveau de décomposition), on délivre uniquement des coefficients d'image exprimés dans ladite base de fonctions de pré-ondelettes,
- lesdites fonctions de pré-ondelettes étant choisies de façon que lesdits coefficients d'image permettent d'optimiser pour ledit niveau  $n$  de décomposition les
- 20 informations déjà transmises pour le niveau précédent  $n-1$  de décomposition, de façon à produire une image reconstruite, représentative de ladite image source, avec une qualité de restitution optimisée pour ledit niveau  $n$  de décomposition.
2. Procédé de codage selon la revendication 1, caractérisé en ce que, à tous lesdits niveaux de décomposition (à l'exception dudit premier niveau de
- 25 décomposition), on délivre uniquement des coefficients d'image exprimés dans ladite base de fonctions de pré-ondelettes définie dans un espace orthogonal à l'espace correspondant au niveau précédent  $n-1$  de décomposition.
3. Procédé de codage selon l'une quelconque des revendications 1 et 2, caractérisé en ce que lesdites fonctions de pré-ondelettes sont des fonctions
- 30 d'ondelettes, orthogonales entre elles.

4. Procédé de codage selon l'une quelconque des revendications 1 à 3, caractérisé en ce que chacune desdites fonctions de pré-ondelettes possède un support étroit, limité à un nombre prédéfini de sommets dudit maillage situé au voisinage d'un sommet de référence pour ladite fonction.
- 5 5. Procédé de codage selon l'une quelconque des revendications 1 à 4, caractérisé en ce que lesdites fonctions de pré-ondelettes sont monodimensionnelles.
6. Procédé de codage selon la revendication 5, chacune desdites fonctions de pré-ondelettes est déterminée en tenant compte de la position dans ledit maillage
- 10 d'au moins une arête portant un nouveau sommet dudit maillage, auquel ladite fonction sera affectée.
7. Procédé de codage selon l'une quelconque des revendications 1 à 6, caractérisé en ce que la base  $\varphi_i^{(p+1)}$  est obtenue à l'aide de l'équation suivante :

15 
$$\varphi_i^{(p+1)} = \varphi_i^{(p)} + \frac{1}{2} \sum_{j \in V_i^{(p)}} \varphi_j^{(p)}$$

où  $V_i^{(p)}$  est l'ensemble des sommets voisins du sommet  $j$  dans le maillage de niveau  $p$ .

8. Procédé de codage selon l'une quelconque des revendications 1 à 4, caractérisé en ce que lesdites fonctions de pré-ondelettes sont
- 20 multidimensionnelles.
9. Procédé de codage selon la revendication 8, caractérisé en ce que lesdites fonctions de pré-ondelettes sont des fonctions de type "box splines".
10. Procédé de codage selon l'une quelconque des revendications 1 à 9, caractérisé en ce que la détermination des coefficients d'image à un niveau de
- 25 maillage  $n$  repose sur la résolution d'un système linéaire :

$$A^{(p-1)} X = \alpha^{(p)}$$

avec :

$$A^{(p-1)} = \begin{pmatrix} V^{(p-1)} \\ W^{(p-1)} \end{pmatrix}$$

où  $X$  est le vecteur de coordonnées d'approximation de ladite image source  $\alpha^{(p)}$ ,  $W^{(p-1)}$  est la matrice de passage de la base  $(\varphi_i^{(p-1)})$  de l'espace  $V_{p-1}$  à la base de

fonctions de pré-ondelettes de l'espace  $W_{p-1}$  et  $V^{(p-1)}$  est la matrice de l'espace  $V_{p-1}$ .

**11.** Procédé de codage selon la revendication 10, caractérisé en ce que la résolution dudit système linéaire met en œuvre un algorithme du type « matrices creuses » ou du type "matrices profils".

5 **12.** Procédé de codage selon l'une quelconque des revendications 1 à 11, caractérisé en ce qu'il comprend :

- une étape préalable de détermination de bases de fonction  $\varphi_n$  et  $\psi_n$  de référence, pour une structure d'image prédéterminée ;
  - une étape de codage d'images, utilisant systématiquement lesdites
- 10 bases de fonction  $\varphi_n$  et  $\psi_n$  de référence, pour toute image ayant ladite structure d'image prédéterminée.

**13.** Procédé de codage selon la revendication 12, caractérisé en ce que, lors de ladite étape préalable, on détermine au moins deux jeux de bases de fonction  $\varphi_n$  et  $\psi_n$  de référence, correspondant chacune à une structure d'image prédéterminée

15 particulière.

**14.** Procédé de construction de bases de fonctions pour le codage hiérarchique d'images source mettant en œuvre un maillage hiérarchique définissant au moins deux espaces emboîtés, correspondant chacun à un niveau de décomposition dudit maillage,

20 caractérisé en ce que, pour au moins une structure d'image prédéterminée, on associe à au moins un niveau  $n$  de décomposition (à l'exception du premier niveau de décomposition), un espace mathématique de représentation d'une image  $V_n$  tel que  $V_n = V_{n-1} \oplus W_{n-1}$ , où :

- $V_{n-1}$  est l'espace associé au niveau  $n-1$  de décomposition ;
- 25 -  $W_{n-1}$  est un espace orthogonal à  $V_{n-1}$ ,

et en ce qu'on associe audit espace  $V_n$  d'une part une base de fonctions affines par morceaux  $\varphi_n$ , et d'autre part une base formée de la combinaison de deux bases orthogonales :

- une base de fonctions affines par morceaux  $\varphi_{n-1}$  dudit espace  $V_{n-1}$  ;
- 30 - une base de fonctions de pré-ondelettes  $\psi_{n-1}$  dudit espace  $W_{n-1}$ ,

dans laquelle on peut exprimer des coefficients d'image pour toute image ayant ladite structure d'image, permettant de produire une image reconstruite, représentative de ladite image source, avec une qualité de restitution optimisée pour ledit niveau n de décomposition.

5    **15.**    Dispositif de codage d'images, mettant en œuvre le procédé de codage et/ou de construction de bases selon l'une quelconque des revendications 1 à 14.

**16.**    Dispositif de codage d'au moins une image source mettant en œuvre un maillage hiérarchique définissant au moins deux espaces emboîtés, correspondant chacun à un niveau de décomposition dudit maillage,

10    caractérisé en ce que, à au moins un niveau n de décomposition (à l'exception du premier niveau de décomposition), il associe un espace mathématique de représentation d'une image  $V_n$  tel que  $V_n = V_{n-1} \oplus W_{n-1}$ , où :

- $V_{n-1}$  est l'espace associé au niveau n-1 de décomposition ;
- $W_{n-1}$  est un espace orthogonal à  $V_{n-1}$ ,

15    en ce qu'il associe audit espace  $V_n$  d'une part une base de fonctions affines par morceaux  $\phi_n$ , et d'autre part une base formée de la combinaison de deux bases orthogonales :

- une base de fonctions affines par morceaux  $\phi_{n-1}$  dudit espace  $V_{n-1}$  ;
- une base de fonctions de pré-ondelettes  $\psi_{n-1}$  dudit espace  $W_{n-1}$ ,

20    et en ce que, audit niveau n de décomposition (à l'exception du premier niveau de décomposition), il associe uniquement des coefficients d'image exprimés dans ladite base de fonctions de pré-ondelettes,

lesdites fonctions de pré-ondelettes étant choisies de façon que lesdits coefficients d'image permettent d'optimiser pour ledit niveau n de décomposition les

25    informations déjà transmises pour le niveau précédent n-1 de décomposition,

de façon à produire une image reconstruite, représentative de ladite image source, avec une qualité de restitution optimisée pour ledit niveau n de décomposition.

**17.**    Dispositif de codage selon la revendication 16, caractérisé en ce que, à tous lesdits niveaux de décomposition (à l'exception dudit premier niveau de  
30    décomposition), il associe uniquement des coefficients d'image exprimés dans

ladite base de fonctions de pré-ondelettes.

**18.** Procédé de décodage d'images codées à l'aide du procédé de codage et/ou de construction de bases selon l'une quelconque des revendications 1 à 14.

**19.** Procédé de décodage d'images codées sous la forme de coefficients d'image obtenus par la mise en œuvre d'un maillage hiérarchique définissant au moins deux espaces emboîtés, correspondant chacun à un niveau de décomposition dudit maillage,

selon un codage associant, à au moins un niveau  $n$  de décomposition (à l'exception du premier niveau de décomposition) un espace mathématique de représentation d'une image  $V_n$  tel que  $V_n = V_{n-1} \oplus W_{n-1}$ , où :

- $V_{n-1}$  est l'espace associé au niveau  $n-1$  de décomposition ;
- $W_{n-1}$  est un espace orthogonal à  $V_{n-1}$ ,

ledit codage associant également audit espace  $V_n$  d'une part une base de fonctions affines par morceaux  $\varphi_n$ , et d'autre part une base formée de la combinaison de deux bases orthogonales :

- une base de fonctions affines par morceaux  $\varphi_{n-1}$  dudit espace  $V_{n-1}$  ;
- une base de fonctions de pré-ondelettes  $\psi_{n-1}$  dudit espace  $W_{n-1}$ ,

ledit codage associant en outre, audit niveau  $n$  de décomposition (à l'exception du premier niveau de décomposition), uniquement des coefficients d'image exprimés dans ladite base de fonctions de pré-ondelettes,

lesdites fonctions de pré-ondelettes étant choisies de façon que lesdits coefficients d'image permettent d'optimiser pour ledit niveau  $n$  de décomposition les informations déjà transmises pour le niveau précédent  $n-1$  de décomposition, de façon à produire une image reconstruite, représentative de ladite image source, avec une qualité de restitution optimisée pour ledit niveau  $n$  de décomposition.

**20.** Procédé de décodage selon la revendication 19, caractérisé en ce que, à tous lesdits niveaux de décomposition (à l'exception dudit premier niveau de décomposition), on associe uniquement des coefficients d'image exprimés dans ladite base de fonctions de pré-ondelettes.

**21.** Procédé de décodage selon l'une quelconque des revendications 19 ou 20,

le procédé de codage étant un procédé selon l'une quelconque des revendications 1 à 13, caractérisé en ce qu'il comprend :

- une étape préalable de réception et/ou de stockage de bases de fonctions de référence, pour au moins une structure d'image prédéterminée ;
- une étape de décodage d'images, utilisant les bases de fonctions de référence correspondant à la structure d'image de l'image à décoder.

22. Dispositif de décodage d'images codées, caractérisé en ce qu'il met en œuvre le procédé de l'une quelconque des revendications 19 à 21.

10 23. Dispositif de décodage d'images codées sous la forme de coefficients d'image obtenus par la mise en œuvre d'un maillage hiérarchique définissant au moins deux espaces emboîtés, correspondant chacun à un niveau de décomposition dudit maillage,

selon un codage associant, à au moins un niveau  $n$  de décomposition (à l'exception du premier niveau de décomposition) un espace mathématique de représentation d'une image  $V_n$  tel que  $V_n = V_{n-1} \oplus W_{n-1}$ , où :

- $V_{n-1}$  est l'espace associé au niveau  $n-1$  de décomposition ;
- $W_{n-1}$  est un espace orthogonal à  $V_{n-1}$ ,

ledit codage associant également audit espace  $V_n$  d'une part une base de fonctions affines par morceaux  $\varphi_n$ , et d'autre part une base formée de la combinaison de deux bases orthogonales :

- une base de fonctions affines par morceaux  $\varphi_{n-1}$  dudit espace  $V_{n-1}$  ;
- une base de fonctions de pré-ondelettes  $\psi_{n-1}$  dudit espace  $W_{n-1}$ ,

ledit codage associant en outre, audit niveau  $n$  de décomposition (à l'exception du premier niveau de décomposition), uniquement des coefficients d'image exprimés dans ladite base de fonctions de pré-ondelettes,

lesdites fonctions de pré-ondelettes étant choisies de façon que lesdits coefficients d'image permettent d'optimiser pour ledit niveau  $n$  de décomposition les informations déjà transmises pour le niveau précédent  $n-1$  de décomposition,

de façon à produire une image reconstruite, représentative de ladite image source,

avec une qualité de restitution optimisée pour ledit niveau n de décomposition.

**24.** Dispositif de décodage selon la revendication 23, caractérisé en ce que, à tous lesdits niveaux de décomposition (à l'exception dudit premier niveau de décomposition), on associe uniquement des coefficients d'image exprimés dans  
5 une base de fonctions définie dans un espace orthogonal à l'espace correspondant au niveau précédent n-1 de décomposition.

**25.** Programme informatique de codage et/ou de décodage d'images, caractérisé en ce qu'il comprend des instructions de programme permettant la mise en œuvre du procédé de codage selon l'une quelconque des revendications 1 à 14  
10 et/ou du procédé de décodage selon l'une quelconque des revendications 19 à 21.

**26.** Signal de données d'images, caractérisé en ce qu'il comprend une première partie comprenant des données représentatives d'au moins un jeu de bases de fonctions de référence, pour au moins une structure d'image prédéterminée, et une  
15 deuxième partie comprenant des données représentatives d'au moins deux images codées à l'aide d'un desdits jeux de bases de fonctions de référence.

**27.** Signal de données d'images selon la revendication 26, caractérisé en ce que ladite première partie comprend au moins deux jeux de bases de fonctions de référence, correspondant à des structures d'images distinctes, et en ce que chaque image de ladite deuxième partie comprend une information permettant la sélection  
20 de l'un desdits jeux de bases de fonctions de référence.

**28.** Signal de données d'images selon l'une quelconque des revendications 26 et 27, caractérisé en ce que les données de ladite première partie et/ou de ladite deuxième partie sont organisées de façon à permettre une reconstruction d'image progressive et/ou avec un niveau de qualité de reconstruction prédéterminé.

**29.** Signal de données d'images selon l'une quelconque des revendications 26 à 28, caractérisé en ce que lesdites images sont codées selon un procédé mettant en œuvre un maillage hiérarchique définissant au moins deux espaces emboîtés, correspondant chacun à un niveau de décomposition dudit maillage,  
25 lesdites fonctions de référence étant choisies de façon que lesdits coefficients d'image permettent d'optimiser pour ledit niveau n de décomposition les  
30 d'image permettent d'optimiser pour ledit niveau n de décomposition les



informations déjà transmises pour le niveau précédent  $n-1$  de décomposition, le codage des images associant, à tout niveau  $n$  de décomposition (à l'exception du premier niveau de décomposition) un espace mathématique de représentation d'une image  $V_n$  tel que  $V_n = V_{n-1} \oplus W_{n-1}$ , où :

- 5        –  $V_{n-1}$  est l'espace associé au niveau  $n-1$  de décomposition ;
- $W_{n-1}$  est un espace orthogonal à  $V_{n-1}$ ,

ledit codage associant également audit espace  $V_n$  d'une part une base de fonctions affines par morceaux  $\varphi_n$ , et d'autre part une base formée de la combinaison de deux bases orthogonales :

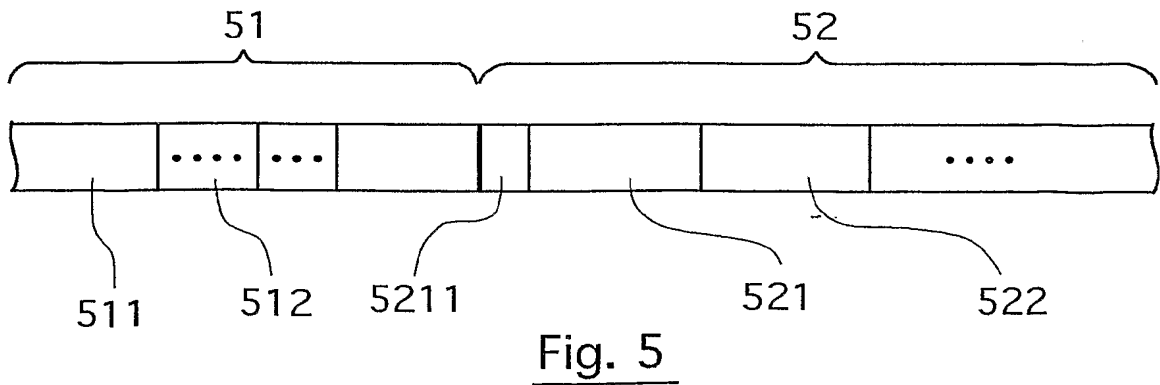
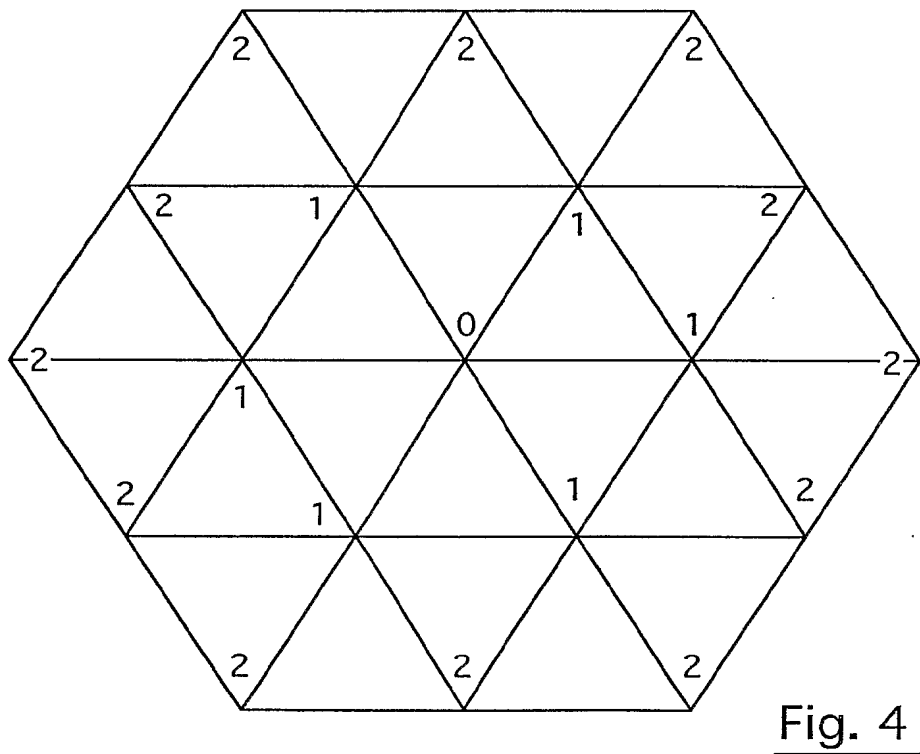
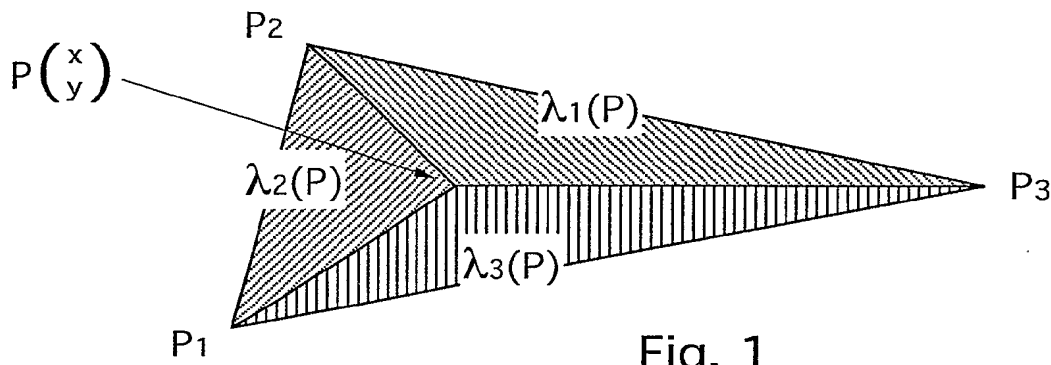
- 10       – une base de fonctions affines par morceaux  $\varphi_{n-1}$  dudit espace  $V_{n-1}$  ;
- une base de fonctions de pré-ondelettes  $\psi_{n-1}$  dudit espace  $W_{n-1}$ ,

ledit codage associant en outre, audit niveau  $n$  de décomposition (à l'exception du premier niveau de décomposition), uniquement des coefficients d'image exprimés dans ladite base de fonctions de pré-ondelettes,

- 15       lesdites fonctions de pré-ondelettes étant choisies de façon que lesdits coefficients d'image permettent d'optimiser pour ledit niveau  $n$  de décomposition les informations déjà transmises pour le niveau précédent  $n-1$  de décomposition, de façon à produire une image reconstruite, représentative de ladite image source, avec une qualité de restitution optimisée pour ledit niveau  $n$  de décomposition.

20       **30.** Application du procédé de codage selon l'une quelconque des revendications 1 à 13 et/ou du procédé de décodage selon l'une quelconque des revendications 19 à 21 au codage d'images fixes.

**31.** Application du procédé de codage selon l'une quelconque des revendications 1 à 13 et/ou du procédé de décodage selon l'une quelconque des  
 25       revendications 19 à 21 au codage et/ou au décodage d'images intra d'un flux d'images animées.



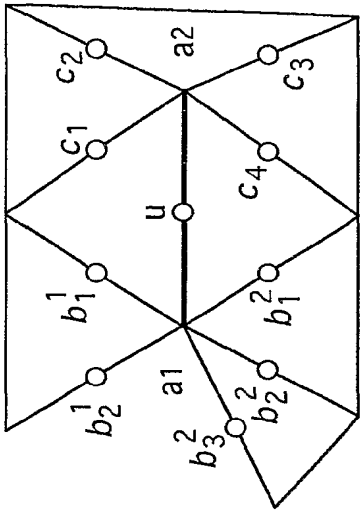


Fig. 2A

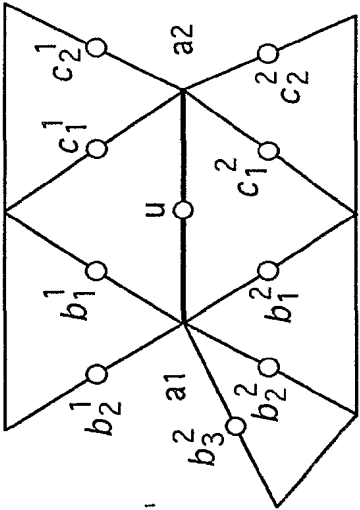


Fig. 2B

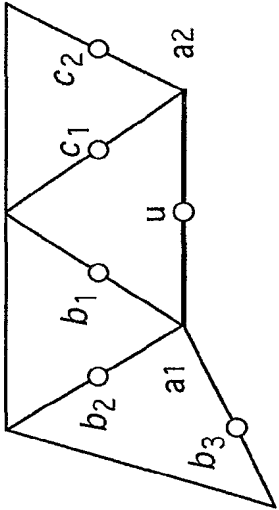


Fig. 2C

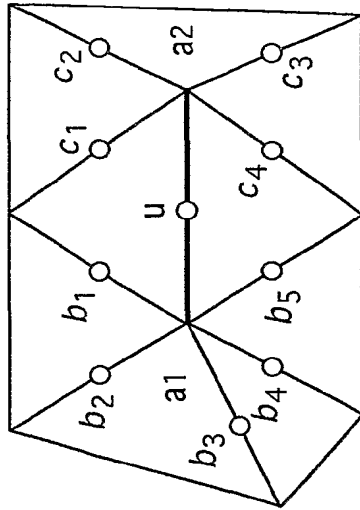


Fig. 2D

3/3

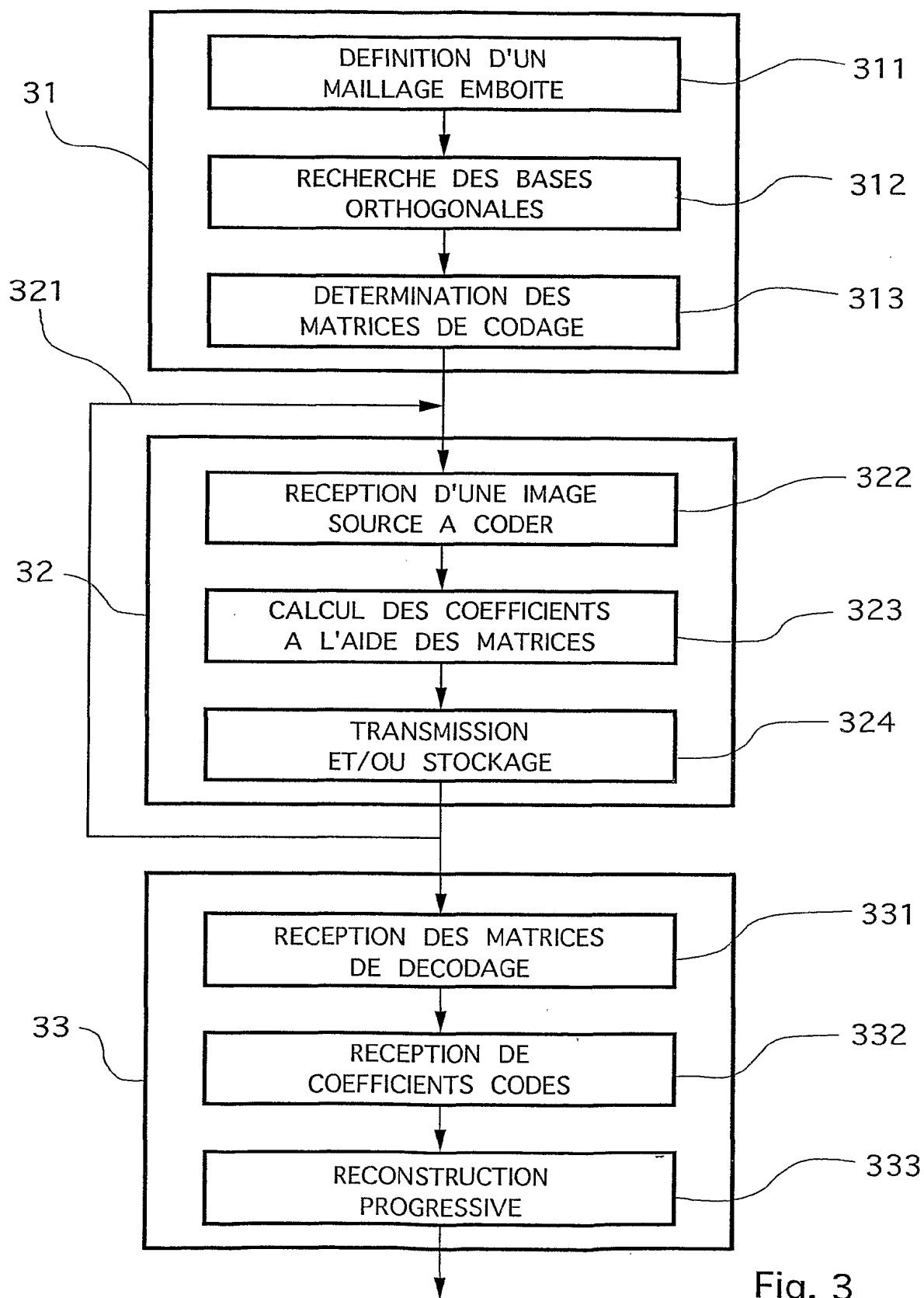


Fig. 3

## INTERNATIONAL SEARCH REPORT

International Application No  
PCT/FR 02/01937

A. CLASSIFICATION OF SUBJECT MATTER  
IPC 7 H04N7/26 G06T9/00 G06T17/20

According to International Patent Classification (IPC) or to both national classification and IPC

## B. FIELDS SEARCHED

Minimum documentation searched (classification system followed by classification symbols)

IPC 7 G06T H04N

Documentation searched other than minimum documentation to the extent that such documents are included in the fields searched

Electronic data base consulted during the international search (name of data base and, where practical, search terms used)

EPO-Internal, INSPEC

## C. DOCUMENTS CONSIDERED TO BE RELEVANT

Category *	Citation of document, with indication, where appropriate, of the relevant passages	Relevant to claim No.
A	<p>MARQUANT G: "THESE//REPRESENTATION PAR MAILLAGE ADAPTATIF DEFORMABLE POUR LA MANIPULATION ET LA COMMUNICATION D'OBJETS VIDEO"</p> <p>THESE L'UNIVERSITE DE RENNES, XX, XX, vol. 2453, 2000, pages 5-17, 19-77, 79-163, 165-267, 269-2-96, XP001059069</p> <p>cited in the application</p> <p>page 115, premier paragraphe complet; paragraphe 5.2.1, lignes 1 à 3; pages 117 et 118; pages 119, dernier paragraphe; page 120, dernier alinea; pages 121, lignes 1-15</p> <p style="text-align: center;">---</p> <p style="text-align: center;">-/--</p>	<p>1, 14-16, 18, 19, 22, 23, 25, 26, 30, 31</p>

☒ Further documents are listed in the continuation of box C.

☒ Patent family members are listed in annex.

\* Special categories of cited documents:

- "A" document defining the general state of the art which is not considered to be of particular relevance
- "E" earlier document but published on or after the international filing date
- "L" document which may throw doubts on priority claim(s) or which is cited to establish the publication date of another citation or other special reason (as specified)
- "O" document referring to an oral disclosure, use, exhibition or other means
- "P" document published prior to the international filing date but later than the priority date claimed

- "T" later document published after the international filing date or priority date and not in conflict with the application but cited to understand the principle or theory underlying the invention
- "X" document of particular relevance; the claimed invention cannot be considered novel or cannot be considered to involve an inventive step when the document is taken alone
- "Y" document of particular relevance; the claimed invention cannot be considered to involve an inventive step when the document is combined with one or more other such documents, such combination being obvious to a person skilled in the art.
- "&" document member of the same patent family

Date of the actual completion of the international search

14 October 2002

Date of mailing of the international search report

21/10/2002

Name and mailing address of the ISA

European Patent Office, P.B. 5818 Patentlaan 2  
NL - 2280 HV Rijswijk  
Tel. (+31-70) 340-2040, Tx. 31 651 epo nl,  
Fax: (+31-70) 340-3016

Authorized officer

With, F

## INTERNATIONAL SEARCH REPORT

International Application No  
PCT/FR 02/01937

C.(Continuation) DOCUMENTS CONSIDERED TO BE RELEVANT		
Category *	Citation of document, with indication, where appropriate, of the relevant passages	Relevant to claim No.
A	<p>VALETTE S ET AL: "A MULTIREOLUTION WAVELET SCHEME FOR IRREGULARLY SUBDIVIDED 3D TRIANGULAR MESH" PROCEEDINGS. INTERNATIONAL CONFERENCE ON IMAGE PROCESSING, XX, XX, vol. 1, 1999, pages 171-174, XP000892606 résumé; paragraphes 1 et 2 ---</p>	<p>1,14-16, 18,19, 22,23, 25,26, 30,31</p>
A	<p>LECHAT P ET AL: "COMBINED MESH BASED IMAGE REPRESENTATION AND MOTION ESTIMATION, APPLICATION TO VIDEO CODING" PROCEEDINGS OF THE 1998 INTERNATIONAL CONFERENCE ON IMAGE PROCESSING. ICIP '98. CHICAGO, IL, OCT. 4 - 7, 1998, INTERNATIONAL CONFERENCE ON IMAGE PROCESSING, LOS ALAMITOS, CA: IEEE COMPUTER SOC, US, vol. 2 CONF. 5, 4 October 1998 (1998-10-04), pages 909-913, XP000827604 ISBN: 0-8186-8822-X cited in the application the whole document ---</p>	<p>1-31</p>
A	<p>FLOATER M S ET AL: "PIECEWISE LINEAR PREWAVELETS ON ARBITRARY TRIANGULATIONS" NUMERISCHE MATHEMATIK, SPRINGER VERLAG, BERLIN,, DE, vol. 82, no. 2, 1999, pages 221-252, XP001059878 ISSN: 0029-599X cited in the application the whole document ---</p>	<p>1-31</p>
A	<p>US 6 144 773 A (LYNCH WILLIAM C ET AL) 7 November 2000 (2000-11-07) abstract ---</p>	<p>1-31</p>
A	<p>FR 2 781 908 A (FRANCE TELECOM) 4 February 2000 (2000-02-04) abstract ---</p>	<p>1-31</p>
A	<p>MURAT TEKALP A ET AL: "TWO-DIMENSIONAL MESH-BASED VISUAL-OBJECT REPRESENTATION FOR INTERACTIVE SYNTHETIC/NATURAL DIGITAL VIDEO" PROCEEDINGS OF THE IEEE, IEEE. NEW YORK, US, vol. 86, no. 6, June 1998 (1998-06), pages 1029-1051, XP000834188 ISSN: 0018-9219 the whole document ---</p>	<p>1,14-16, 18,19, 22,23, 25,26, 30,31</p>
	<p>---</p> <p>-/--</p>	

## INTERNATIONAL SEARCH REPORT

Internatic Application No  
PCT/FR 02/01937

## C.(Continuation) DOCUMENTS CONSIDERED TO BE RELEVANT

Category *	Citation of document, with indication, where appropriate, of the relevant passages	Relevant to claim No.
A	QUAK E ET AL: "ALGORITHMS FOR SPLINE WAVELET PACKETS ON AN INTERVAL" BIT, LUND, SE, vol. 37, no. 1, March 1997 (1997-03), pages 76-95, XP008001146 ISSN: 0006-3835 pages 76 et 77, paragraphe "1. Introduction"	1-31
A	EP 0 784 295 A (MICROSOFT CORP) 16 July 1997 (1997-07-16) the whole document	1-31
A	WO 00 19380 A (SCHLUMBERGER CA LTD ;SCHLUMBERGER SERVICES PETROL (FR); SCHLUMBERG) 6 April 2000 (2000-04-06) the whole document	1-31
A	GUSKOV I ET AL: "NORMAL MESHES" COMPUTER GRAPHICS. SIGGRAPH 2000 CONFERENCE PROCEEDINGS. NEW ORLEANS, LA, JULY 23 - 28, 2000, COMPUTER GRAPHICS PROCEEDINGS. SIGGRAPH, NEW YORK, NY: ACM, US, 23 July 2000 (2000-07-23), pages 95-102, XP001003545 ISBN: 1-58113-208-5 the whole document	1-31
A	FLOATER M S ET AL: "LINEAR INDEPENDENCE AND STABILITY OF PIECEWISE LINEAR PREWAVELETS ON ARBITRARY TRIANGULATIONS" SIAM JOURNAL OF NUMERICAL ANALYSIS, THE SOCIETY, PHILADELPIA, PA, US, vol. 38, no. 1, June 2000 (2000-06), pages 58-79, XP001059881 ISSN: 0036-1429 the whole document	1-31

## INTERNATIONAL SEARCH REPORT

Information on patent family members

Internati Application No

PCT/FR 02/01937

Patent document cited in search report		Publication date	Patent family member(s)	Publication date
US 6144773	A	07-11-2000	AU 2194897 A	16-09-1997
			DE 69715160 D1	10-10-2002
			EP 0883864 A1	16-12-1998
			JP 2001500676 T	16-01-2001
			WO 9732281 A1	04-09-1997
FR 2781908	A	04-02-2000	FR 2781908 A1	04-02-2000
			CA 2337360 A1	17-02-2000
			EP 1101200 A1	23-05-2001
			WO 0008604 A1	17-02-2000
			JP 2002522834 T	23-07-2002
EP 0784295	A	16-07-1997	US 5963209 A	05-10-1999
			CA 2194833 A1	11-07-1997
			CA 2194834 A1	12-07-1997
			CA 2194835 A1	11-07-1997
			CA 2194836 A1	11-07-1997
			EP 0789329 A2	13-08-1997
			EP 0784295 A2	16-07-1997
			EP 0788072 A2	06-08-1997
			EP 0789330 A2	13-08-1997
			JP 9198524 A	31-07-1997
			US 5966133 A	12-10-1999
			US 5929860 A	27-07-1999
			US 6046744 A	04-04-2000
WO 0019380	A	06-04-2000	US 6313837 B1	06-11-2001
			AU 6500399 A	17-04-2000
			EP 1125254 A1	22-08-2001
			GB 2358570 A	25-07-2001
			NO 20011572 A	28-05-2001
			WO 0019380 A1	06-04-2000



# RAPPORT DE RECHERCHE INTERNATIONALE

Demande internationale No  
PCT/FR 02/01937

**A. CLASSEMENT DE L'OBJET DE LA DEMANDE**  
CIB 7 H04N7/26 G06T9/00 G06T17/20

Selon la classification internationale des brevets (CIB) ou à la fois selon la classification nationale et la CIB

**B. DOMAINES SUR LESQUELS LA RECHERCHE A PORTE**

Documentation minimale consultée (système de classification suivi des symboles de classement)

CIB 7 G06T H04N

Documentation consultée autre que la documentation minimale dans la mesure où ces documents relèvent des domaines sur lesquels a porté la recherche

Base de données électronique consultée au cours de la recherche internationale (nom de la base de données, et si réalisable, termes de recherche utilisés)

EPO-Internal, INSPEC

**C. DOCUMENTS CONSIDERES COMME PERTINENTS**

Catégorie °	Identification des documents cités, avec, le cas échéant, l'indication des passages pertinents	no. des revendications visées
A	<p>MARQUANT G: "THESE//REPRESENTATION PAR MAILLAGE ADAPTATIF DEFORMABLE POUR LA MANIPULATION ET LA COMMUNICATION D'OBJETS VIDEO"</p> <p>THESE L'UNIVERSITE DE RENNES, XX, XX, vol. 2453, 2000, pages 5-17, 19-77, 79-163, 165-267, 269-2-96, XP001059069</p> <p>cité dans la demande</p> <p>page 115, premier paragraphe complet; paragraphe 5.2.1, lignes 1 à 3; pages 117 et 118; pages 119, dernier paragraphe; page 120, dernier alinea; pages 121, lignes 1-15</p> <p style="text-align: center;">---</p> <p style="text-align: center;">-/--</p>	<p>1, 14-16, 18, 19, 22, 23, 25, 26, 30, 31</p>

☒ Voir la suite du cadre C pour la fin de la liste des documents

☒ Les documents de familles de brevets sont indiqués en annexe

° Catégories spéciales de documents cités:

- \*A\* document définissant l'état général de la technique, non considéré comme particulièrement pertinent
- \*E\* document antérieur, mais publié à la date de dépôt international ou après cette date
- \*L\* document pouvant jeter un doute sur une revendication de priorité ou cité pour déterminer la date de publication d'une autre citation ou pour une raison spéciale (telle qu'indiquée)
- \*O\* document se référant à une divulgation orale, à un usage, à une exposition ou tous autres moyens
- \*P\* document publié avant la date de dépôt international, mais postérieurement à la date de priorité revendiquée

- \*T\* document ultérieur publié après la date de dépôt international ou la date de priorité et n'appartenant pas à l'état de la technique pertinent, mais cité pour comprendre le principe ou la théorie constituant la base de l'invention
- \*X\* document particulièrement pertinent; l'invention revendiquée ne peut être considérée comme nouvelle ou comme impliquant une activité inventive par rapport au document considéré isolément
- \*Y\* document particulièrement pertinent; l'invention revendiquée ne peut être considérée comme impliquant une activité inventive lorsque le document est associé à un ou plusieurs autres documents de même nature, cette combinaison étant évidente pour une personne du métier
- \*Z\* document qui fait partie de la même famille de brevets

Date à laquelle la recherche internationale a été effectivement achevée

14 octobre 2002

Date d'expédition du présent rapport de recherche internationale

21/10/2002

Nom et adresse postale de l'administration chargée de la recherche internationale  
Office Européen des Brevets, P.B. 5818 Patentlaan 2  
NL - 2280 HV Rijswijk  
Tel. (+31-70) 340-2040, Tx. 31 651 epo nl,  
Fax: (+31-70) 340-3016

Fonctionnaire autorisé

With, F

# RAPPORT DE RECHERCHE INTERNATIONALE

Demande internationale No  
PCT/FR 02/01937

C.(suite) DOCUMENTS CONSIDERES COMME PERTINENTS		
Catégorie	Identification des documents cités, avec, le cas échéant, l'indication des passages pertinents	no. des revendications visées
A	<p>VALETTE S ET AL: "A MULTIREOLUTION WAVELET SCHEME FOR IRREGULARLY SUBDIVIDED 3D TRIANGULAR MESH" PROCEEDINGS. INTERNATIONAL CONFERENCE ON IMAGE PROCESSING, XX, XX, vol. 1, 1999, pages 171-174, XP000892606 résumé; paragraphes 1 et 2 ---</p>	1,14-16, 18,19, 22,23, 25,26, 30,31
A	<p>LECHAT P ET AL: "COMBINED MESH BASED IMAGE REPRESENTATION AND MOTION ESTIMATION, APPLICATION TO VIDEO CODING" PROCEEDINGS OF THE 1998 INTERNATIONAL CONFERENCE ON IMAGE PROCESSING. ICIP '98. CHICAGO, IL, OCT. 4 - 7, 1998, INTERNATIONAL CONFERENCE ON IMAGE PROCESSING, LOS ALAMITOS, CA: IEEE COMPUTER SOC, US, vol. 2 CONF. 5, 4 octobre 1998 (1998-10-04), pages 909-913, XP000827604 ISBN: 0-8186-8822-X cité dans la demande le document en entier ---</p>	1-31
A	<p>FLOATER M S ET AL: "PIECEWISE LINEAR PREWAVELETS ON ARBITRARY TRIANGULATIONS" NUMERISCHE MATHEMATIK, SPRINGER VERLAG, BERLIN,, DE, vol. 82, no. 2, 1999, pages 221-252, XP001059878 ISSN: 0029-599X cité dans la demande le document en entier ---</p>	1-31
A	<p>US 6 144 773 A (LYNCH WILLIAM C ET AL) 7 novembre 2000 (2000-11-07) abrégé ---</p>	1-31
A	<p>FR 2 781 908 A (FRANCE TELECOM) 4 février 2000 (2000-02-04) abrégé ---</p>	1-31
A	<p>MURAT TEKALP A ET AL: "TWO-DIMENSIONAL MESH-BASED VISUAL-OBJECT REPRESENTATION FOR INTERACTIVE SYNTHETIC/NATURAL DIGITAL VIDEO" PROCEEDINGS OF THE IEEE, IEEE. NEW YORK, US, vol. 86, no. 6, juin 1998 (1998-06), pages 1029-1051, XP000834188 ISSN: 0018-9219 le document en entier ---</p>	1,14-16, 18,19, 22,23, 25,26, 30,31
	-/--	

# RAPPORT DE RECHERCHE INTERNATIONALE

Demande internationale No  
PCT/FR 02/01937

## C.(suite) DOCUMENTS CONSIDERES COMME PERTINENTS

Catégorie	Identification des documents cités, avec, le cas échéant, l'indication des passages pertinents	no. des revendications visées
A	QUAK E ET AL: "ALGORITHMS FOR SPLINE WAVELET PACKETS ON AN INTERVAL" BIT, LUND, SE, vol. 37, no. 1, mars 1997 (1997-03), pages 76-95, XP008001146 ISSN: 0006-3835 pages 76 et 77, paragraphe "1. Introduction" ----	1-31
A	EP 0 784 295 A (MICROSOFT CORP) 16 juillet 1997 (1997-07-16) le document en entier ----	1-31
A	WO 00 19380 A (SCHLUMBERGER CA LTD ;SCHLUMBERGER SERVICES PETROL (FR); SCHLUMBERG) 6 avril 2000 (2000-04-06) le document en entier ----	1-31
A	GUSKOV I ET AL: "NORMAL MESHES" COMPUTER GRAPHICS. SIGGRAPH 2000 CONFERENCE PROCEEDINGS. NEW ORLEANS, LA, JULY 23 - 28, 2000, COMPUTER GRAPHICS PROCEEDINGS. SIGGRAPH, NEW YORK, NY: ACM, US, 23 juillet 2000 (2000-07-23), pages 95-102, XP001003545 ISBN: 1-58113-208-5 le document en entier ----	1-31
A	FLOATER M S ET AL: "LINEAR INDEPENDENCE AND STABILITY OF PIECEWISE LINEAR PREWAVELETS ON ARBITRARY TRIANGULATIONS" SIAM JOURNAL OF NUMERICAL ANALYSIS, THE SOCIETY, PHILADELPIA, PA, US, vol. 38, no. 1, juin 2000 (2000-06), pages 58-79, XP001059881 ISSN: 0036-1429 le document en entier -----	1-31

# RAPPORT DE RECHERCHE INTERNATIONALE

Renseignements relatifs aux membres de familles de brevets

Demande nationale No

PCT/FR 02/01937

Document brevet cité au rapport de recherche		Date de publication	Membre(s) de la famille de brevet(s)	Date de publication
US 6144773	A	07-11-2000	AU 2194897 A	16-09-1997
			DE 69715160 D1	10-10-2002
			EP 0883864 A1	16-12-1998
			JP 2001500676 T	16-01-2001
			WO 9732281 A1	04-09-1997
FR 2781908	A	04-02-2000	FR 2781908 A1	04-02-2000
			CA 2337360 A1	17-02-2000
			EP 1101200 A1	23-05-2001
			WO 0008604 A1	17-02-2000
			JP 2002522834 T	23-07-2002
EP 0784295	A	16-07-1997	US 5963209 A	05-10-1999
			CA 2194833 A1	11-07-1997
			CA 2194834 A1	12-07-1997
			CA 2194835 A1	11-07-1997
			CA 2194836 A1	11-07-1997
			EP 0789329 A2	13-08-1997
			EP 0784295 A2	16-07-1997
			EP 0788072 A2	06-08-1997
			EP 0789330 A2	13-08-1997
			JP 9198524 A	31-07-1997
			US 5966133 A	12-10-1999
			US 5929860 A	27-07-1999
			US 6046744 A	04-04-2000
WO 0019380	A	06-04-2000	US 6313837 B1	06-11-2001
			AU 6500399 A	17-04-2000
			EP 1125254 A1	22-08-2001
			GB 2358570 A	25-07-2001
			NO 20011572 A	28-05-2001
			WO 0019380 A1	06-04-2000